



(6 درجات)

اختبار 1

1 اخترا لإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- 1 أثرت قوتان مقدارهما 8 ، 16 ث.كجم وقياس الزاوية بينهما 120° على جسم ساكن فحركته فإن الجسم يتحرك فى اتجاه يصنع زاوية قياسها مع القوة الصغرى.
(أ) 30° (ب) 90° (ج) 60° (د) 45°
- 2 قوتان متساويتان فى المقدار متلاقيتان فى نقطة بينهما زاوية قياسها 120° ومقدار كل منهما 6 نيوتن فإن مقدار محصلتهما = نيوتن.
(أ) 12 (ب) $3\sqrt{6}$ (ج) 6 (د) $3\sqrt{12}$
- 3 قوتان مقدارهما u ، v نيوتن حيث $u < v$ وكانت أصغر وأكبر قيمة لمحصلتهما 5 ، 9 نيوتن على الترتيب فإن : $5 - u - v =$ نيوتن.
(أ) 53 (ب) 31 (ج) 49 (د) 4
- 4 وضع جسم وزنه 20 نيوتن على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° ، فإن مركبة الوزن فى اتجاه عمودى على المستوى = نيوتن.
(أ) 10 (ب) 20 (ج) $10\sqrt{2}$ (د) $10\sqrt{3}$
- 5 أثرت القوى 8 ، $4\sqrt{3}$ ، $6\sqrt{3}$ ، 14 نيوتن فى نقطة مادية وكان قياس الزاوية بين القوتين الأولى والثانية 30° وبين الثانية والثالثة 120° وبين الثالثة والرابعة 90° مرتبة فى اتجاه دورى واحد فإن مقدار محصلة القوى =
(أ) 4 (ب) 6 (ج) 8 (د) 7
- 6 قوتان مقدارهما 3 ، u نيوتن وقياس الزاوية بينهما $\frac{\pi}{3}$ إذا كانت محصلتيهما عمودية على القوة الأولى فإن : $u =$ نيوتن.
(أ) 1,5 (ب) 3 (ج) $2\sqrt{3}$ (د) 6

2 أجب عن الأسئلة الآتية :

- 1 قوة مقدارها 18 نيوتن تعمل فى اتجاه الجنوب.
(درجتان) أوجد مركبتها فى اتجاهى 60° شرق الجنوب ، 30° غرب الجنوب.
- 2 ثلاث قوى مستوية مقاديرها 1 ، 2 ، $3\sqrt{2}$ نيوتن تؤثر فى نقطة م واتجاهاتها هى \vec{a} ، \vec{b} ، \vec{c} على الترتيب حيث $\vec{c} = (d \vec{a} - m \vec{b})$ ، $60^\circ = \angle$ ، $\vec{c} = (d \vec{a} + m \vec{b})$ ، $90^\circ = \angle$ أوجد المحصلة.
(درجتان)



(٦ درجات)

اختبار 2

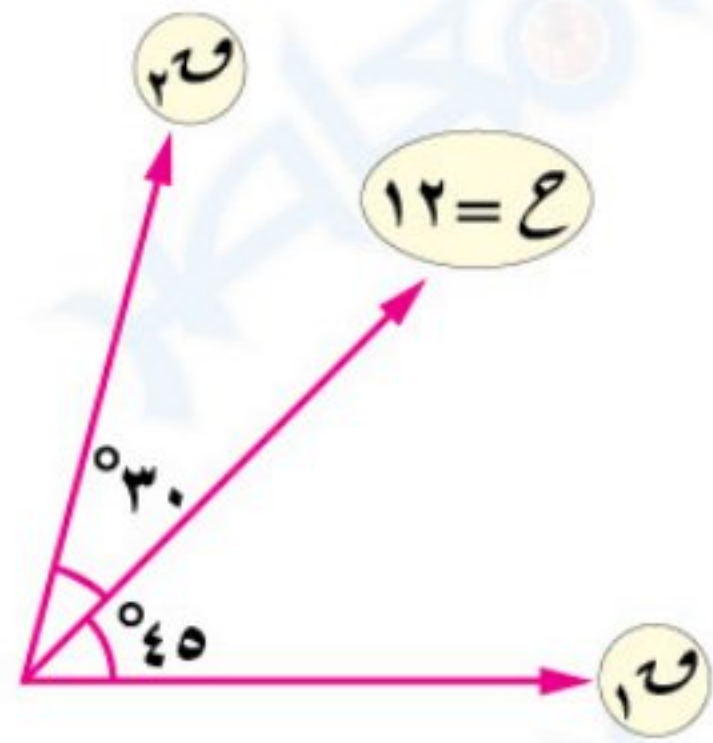
١ اخترا لإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ قوتان ٦ ، ٨ نيوتن ومحصلتها ١٠ نيوتن يكون قياس الزاوية بين اتجاهيهما =°

- (أ) ٦٠ (ب) ٩٠ (ج) ١٢٠ (د) ١٥٠

٢ قوتان متلاقيتان في نقطة مقداراهما ٧ ، ٧ نيوتن والمحصلة تنصف الزاوية بينهما فإن (١ - ٧) =

- (أ) ٨ نيوتن. (ب) ٧ نيوتن. (ج) ٦ نيوتن. (د) ٥ نيوتن.



(ب) ١٢ حيا ٤٥°

(د) ٦ قيا ٧٥°

٣ في الشكل المقابل :

إذا حللنا القوة ح إلى المركبتين ١ و ٢ ،

فإن : ١ = نيوتن.

(أ) ١٢ حيا ٧٥°

(ج) ٦ قيا ٤٥°

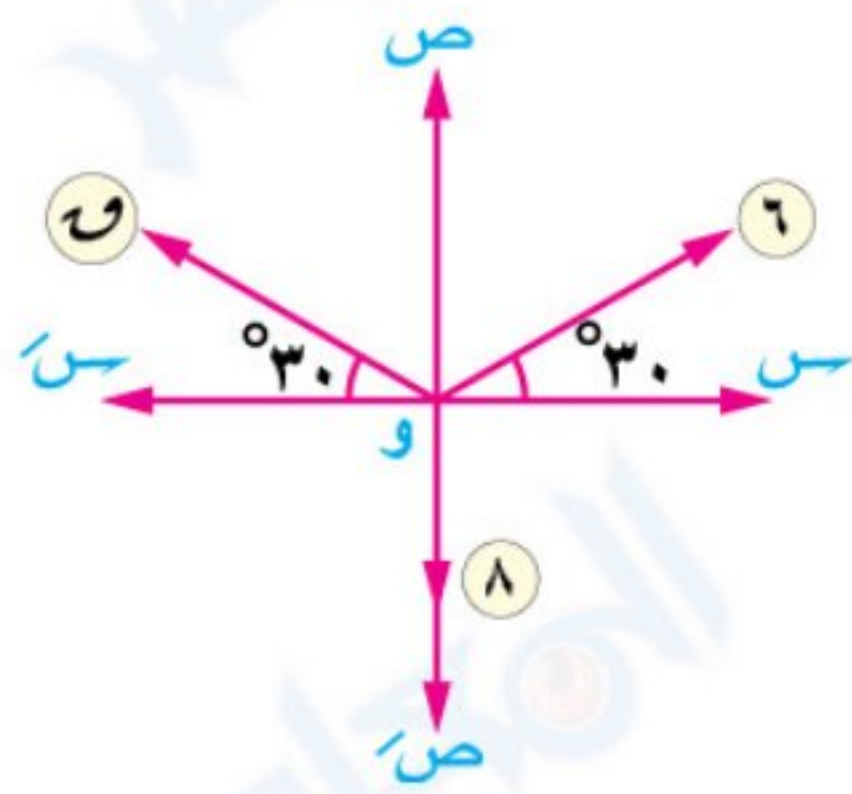
٤ في الشكل المقابل :

إذا كانت محصلة القوى المبينة تؤثر في محور الصادات

فإن : ٧ = نيوتن.

(أ) ٢

(ج) ٨



(ب) ٦

(د) ١٤

٥ قوتان مقداراهما ٥ نيوتن ، ١٠ نيوتن ومحصلتها عمودية على القوة الصغرى وقياس الزاوية بينهما = ٧ ،

ومقدار محصلتها = ع فإن :

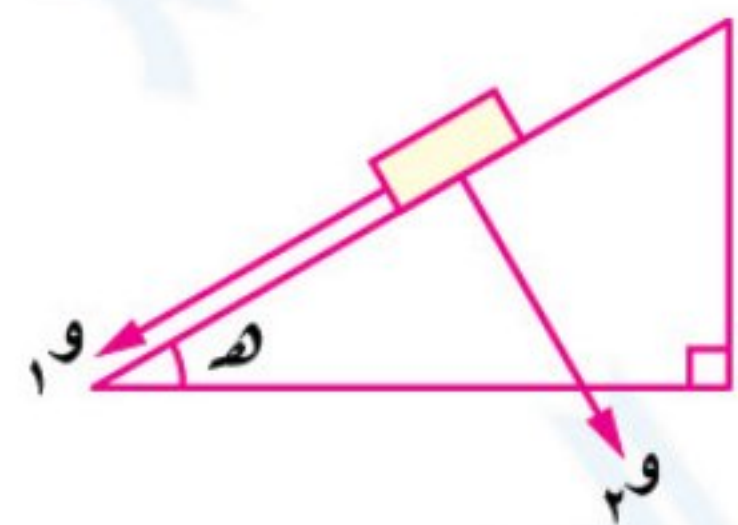
(ب) ٧ = ١٢٠° ، ع = ١٠ √٣ نيوتن.

(أ) ٧ = ٦٠° ، ع = ١٠ √٣ نيوتن.

(د) ٧ = ١٢٠° ، ع = ٥ √٣ نيوتن.

(ج) ٧ = ٦٠° ، ع = ٥ √٣ نيوتن.

٦ في الشكل المقابل :



جسم وزنه ٢٦٠ ث.جم ، طاه = ١٣° ، ١ ، ٢ هما مقدارا مركبتا الوزن

اتجاه المستوى المائل لأسفل واتجاه العمودى عليه فإن

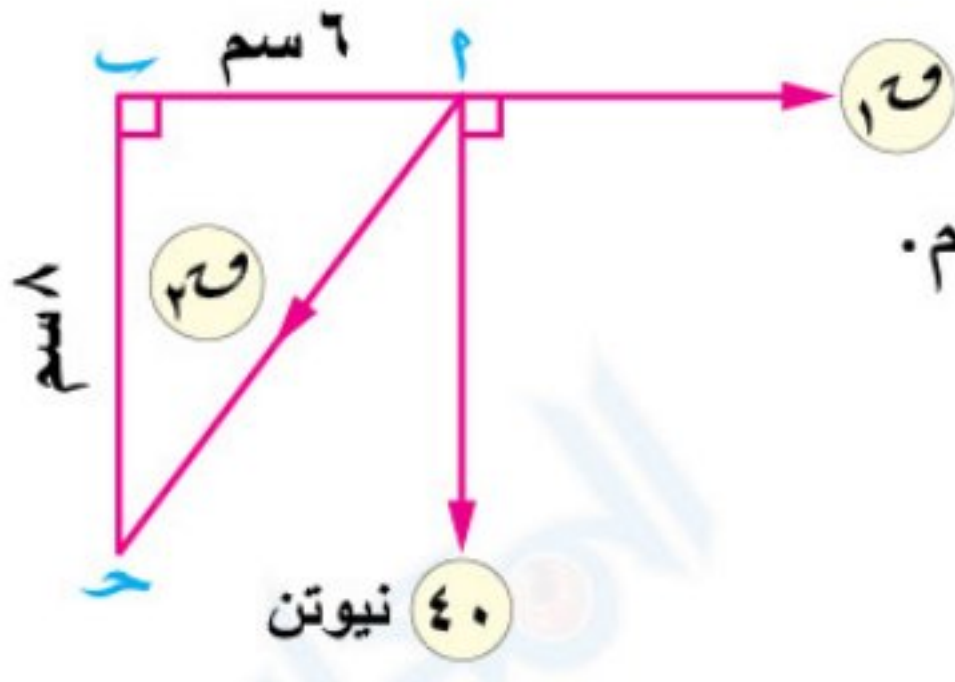
(ب) ١ = ٢٦٠ ث.جم ، ٢ = ٦٥ ث.جم

(أ) ١ = ١٢٠ ث.جم ، ٢ = ٥٠ ث.جم

(د) ١ + ٢ = ٣٤٠ ث.جم

(ج) ١ - ٢ = ٧٠ ث.جم

2 أجب عن الأسئلة الآتية :



1 حلت القوة التى مقدارها ٤٠ نيوتن إلى مركبتين \vec{u} ، \vec{v} كما هو موضح بالرسم.

أوجد مقدارى المركبتين \vec{u} ، \vec{v}

(درجتان)

2 ثلاث قوى مقاديرها ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ نيوتن تؤثر فى نقطة مادية الأولى نحو الشرق ، والثانية تصنع زاوية 30°

غرب الشمال ، والثالثة تصنع 60° جنوب الغرب. أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.

(درجتان)

1 إجابة اختبار

6 (د)

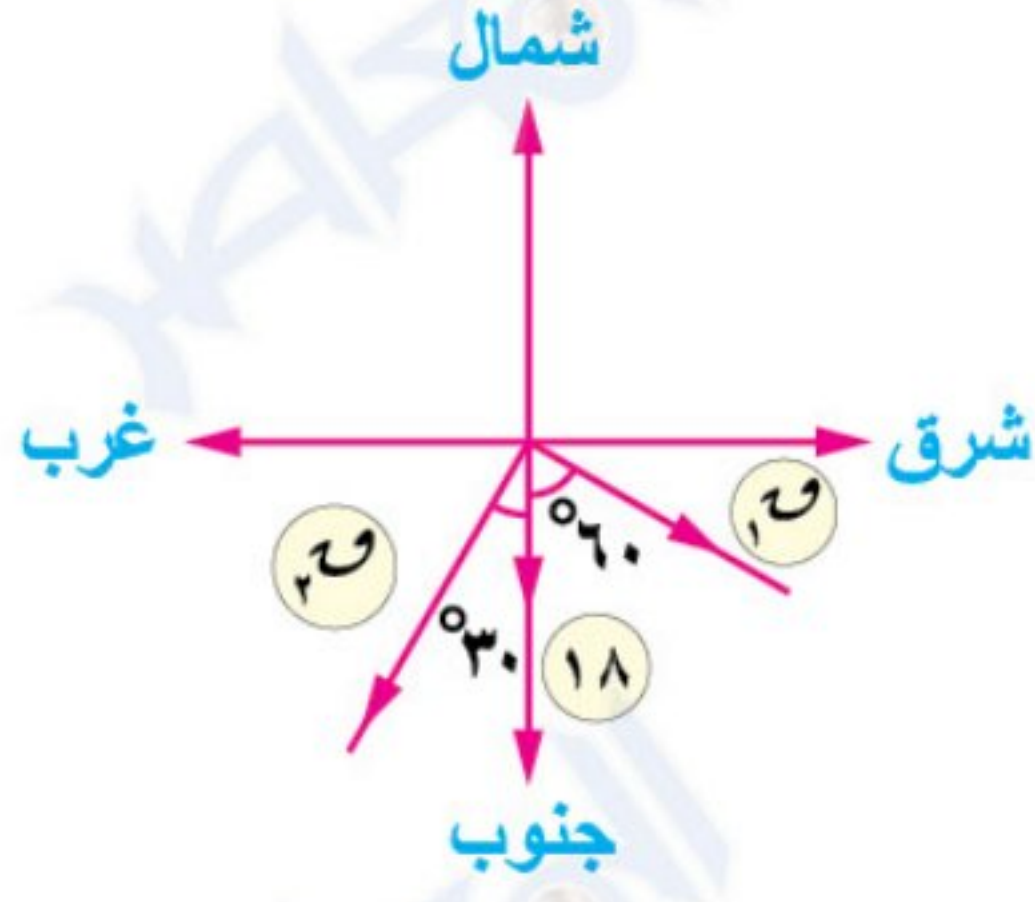
5 (أ)

4 (د)

3 (ب)

2 (ج)

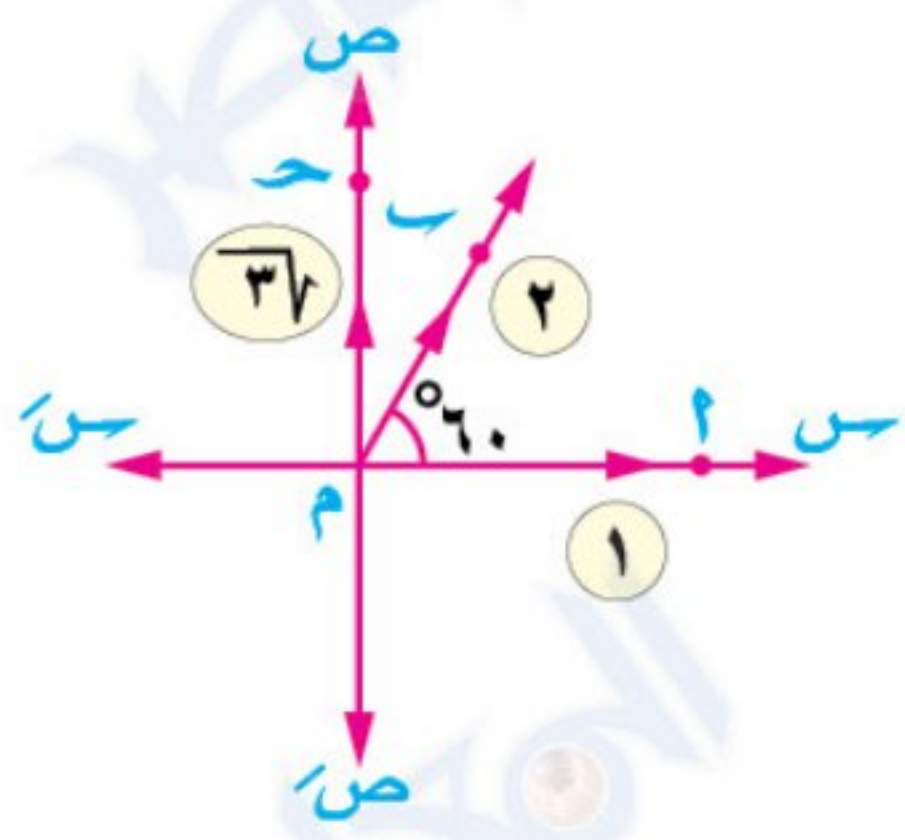
1 (ب)



1 2 :: المركبتان متعامدتان

∴ $18 = 9 \sin 60^\circ$ نيوتن

، $9 = 18 \cos 60^\circ = 9\sqrt{3}$ نيوتن



2 نعتبر \vec{m} هو اتجاه القوة الأولى

∴ $s = 1 \times 0 + 2 \times 60 + 3\sqrt{2} \times 90$

$$2 = 1 + \frac{1}{2} \times 2 + 3\sqrt{2} \times \text{صفر}$$

، $v = 1 \times 0 + 2 \times 60 + 3\sqrt{2} \times 90$

$$3\sqrt{2} \times 2 = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 + \text{صفر} \times 1 =$$

$$\therefore \vec{c} = 2\vec{s} + 3\sqrt{2}\vec{v}$$

$$\therefore c = \sqrt{(3\sqrt{2} \times 2)^2 + (2)^2} = 4 \text{ نيوتن}$$

$$، \theta = \frac{3\sqrt{2} \times 2}{4} = 3\sqrt{2}$$

، ∴ $s < v$ ،

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

∴ مقدار المحصلة 4 نيوتن وتعمل في اتجاه \vec{m}

2 إجابة اختبار

٦ (د)

٥ (د)

٤ (ب)

٣ (د)

٢ (ج)

١ (ب)

١ ٢ من الشكل نجد أن :

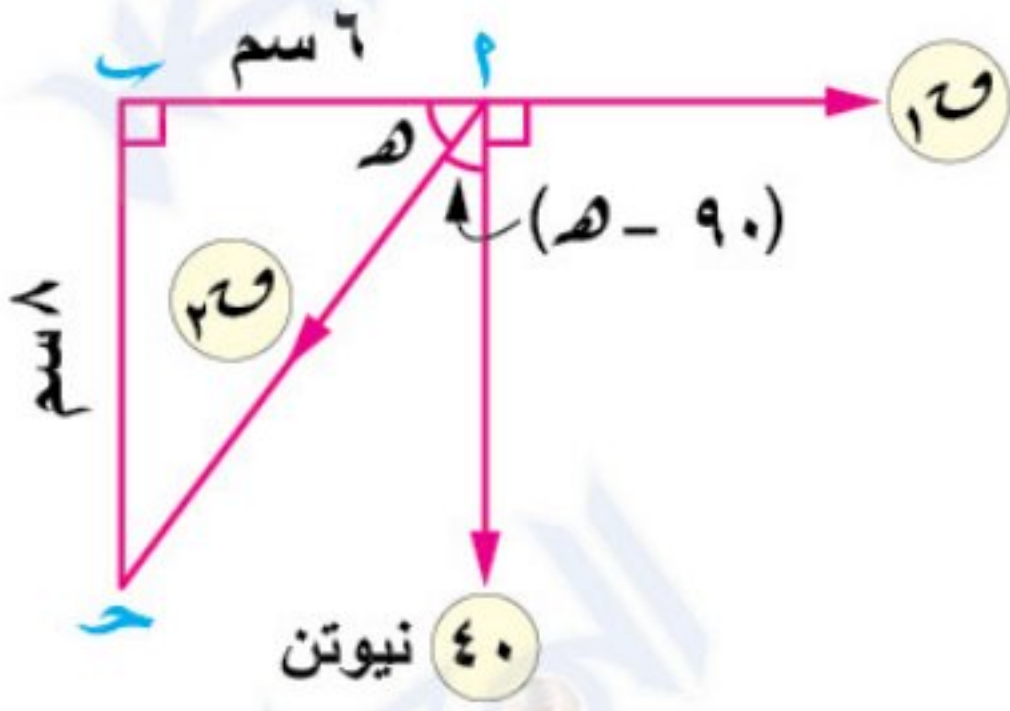
حاه = ٠,٨ ، حياه = ٠,٦

$$\frac{٤٠}{\text{حاه}} = \frac{٢٥}{٠,٩٠} = \frac{١٥}{\text{حياه}} \therefore$$

$$\frac{٤٠}{\text{حاه}} = \frac{٢٥}{١} = \frac{١٥}{\text{حياه}} \therefore$$

$$\frac{٤٠}{٠,٨} = \frac{٢٥}{١} = \frac{١٥}{٠,٦} \therefore$$

\therefore حياه = ٣٠ نيوتن ، حاه = ٥٠ نيوتن



٢ س = ١٠ حيا + ٢٠ حيا + ١٢٠ حيا + ٣٠ حيا = ٢٤٠ = ١٥ -

ص = ١٠ حيا + ٢٠ حيا + ١٢٠ حيا + ٣٠ حيا = ٢٤٠ = ٣٢٥ -

$$\therefore \vec{ح} = \vec{س} - \vec{ص} = ٣٢٥ - ١٥$$

$$\therefore ح = \sqrt{٣٢٥^2 - ١٥^2} = \sqrt{٧٥ + ٢٢٥} = ٣٢٥ \text{ نيوتن}$$

$$\frac{١}{٣٢} = \frac{٣٢٥ -}{١٥ -} = \frac{ص}{س} = \text{طاه} ،$$

، $٠ > س$ ، $٠ > ص$ ،

$$\therefore هـ = ١٨٠ + ٣٠ = ٢١٠$$

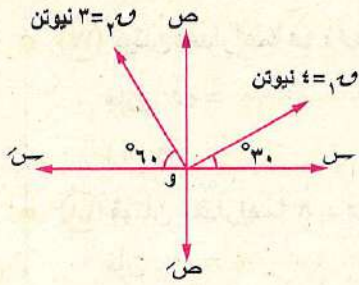




أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١) القوة تتعین تماماً بمعرفة
(أ) مقدار القوة. (ب) اتجاه القوة. (ج) نقطة تأثير القوة. (د) جميع ما سبق.
- ٢) قوتان متلاقيتان فى نقطة مقداراهما ٥ ، ٣ نيوتن وقياس الزاوية بينهما 60° فإن مقدار محصلتهما Σ = نيوتن.
(أ) ٢ (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ٨
- ٣) قوتان مقداراهما $8\sqrt{3}$ ، ٨ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها 150° فإن مقدار محصلتهما = نيوتن.
(أ) ٦٤ (ب) ٣٢ (ج) ١٦ (د) ٨
- ٤) قوتان متعامدتان مقداراهما ١٢ نيوتن ، ٥ نيوتن تؤثران فى نقطة فإن مقدار محصلتهما = نيوتن.
(أ) ١٧ (ب) ٧ (ج) ١٣ (د) ١٤
- ٥) القوتان ٦ نيوتن ، ٨ نيوتن محصلتهما يمكن أن تكون نيوتن.
(أ) ٢٠ (ب) ١٥ (ج) ١٢ (د) ١
- ٦) قوتان مقداراهما ٤ ، ٥ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية وجيب تمام الزاوية بينهما $\frac{2}{5}$ فإن مقدار محصلتهما Σ = نيوتن.
(أ) ١٥ (ب) ٥ (ج) ٢٠ (د) ٢٥
- ٧) قوتان متلاقيتان فى نقطة مادية مقداراهما ٦ ، ٣ نيوتن والمحصلة عمودية على إحداهما فإن مقدار المحصلة = نيوتن.
(أ) ٣ (ب) $3\sqrt{3}$ (ج) ٦ (د) $6\sqrt{3}$
- ٨) قوتان قياس الزاوية بينهما θ فإن مقدار محصلتهما
(أ) يزداد كلما زادت قيمة θ
(ب) تتضاعف بتضاعف قيمة θ
(ج) يزداد كلما نقصت قيمة θ
(د) لا يتغير بتغير قيمة θ



٩ في الشكل المقابل :

مقدار محصلة القوتين المبينتين في الشكل

تساوى نيوتن.

(ب) ٥

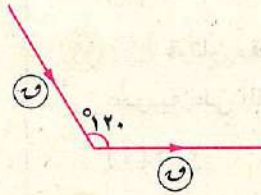
(أ) ٧

(د) $\sqrt{13}$

(ج) ١

١٠ في الشكل المقابل :

مقدار محصلة القوتين = نيوتن.



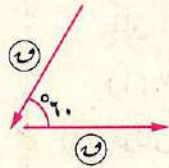
(ب) ٥

(أ) ٢

(د) صفر

(ج) $\sqrt{13}$

١١ مقدار محصلة القوتين في الشكل المقابل هو



(ب) ٥

(أ) $\frac{1}{3}$

(د) $5\sqrt{2}$

(ج) $\sqrt{37}$

١٢ إذا كانت محصلة القوتين \vec{u} و \vec{v} تنصف الزاوية بينهما فأى الجمل الآتية صحيحة ؟

(I) $\vec{u} = \vec{v}$ (II) $\vec{u} = \vec{v}$ (III) $\vec{u} + \vec{v} = \vec{c}$

(أ) فقط I (ب) I ، III فقط.

(ج) II ، III فقط. (د) كل ما سبق صحيح.

١٣ قوتان مقدارهما u ، 2 نيوتن تؤثران في نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما 60°

إذا كانت محصلتهما $2\sqrt{3}$ نيوتن فإن : $u =$ نيوتن.

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٨ (د) ١٢

١٤ قوتان مقدارهما u ، 2 نيوتن وقياس الزاوية بينهما $\frac{\pi}{3}$ ومقدار محصلتهما u نيوتن

فإن : $u =$ نيوتن.

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) $2\sqrt{2}$

١٥ قوتان متساويتان في المقدار وقياس الزاوية بينهما $\frac{\pi}{3}$ ومقدار محصلتهما ٨ نيوتن

فإن مقدار كل قوة منهما يساوى نيوتن.

(أ) $2\sqrt{2}$ (ب) ٤ (ج) $2\sqrt{4}$ (د) ٨

١٦ قوتان متساويتان في المقدار محصلتهما $7\sqrt{3}$ نيوتن وقياس الزاوية بينهما $\frac{\pi}{3}$

فإن مقدار كل منهما يساوى نيوتن.

(أ) ٣ (ب) $5\sqrt{3}$ (ج) ٥ (د) ٧

١٧ قوتان مقدارهما ٧ ، ٧ ث.كجم ومقدار محصلتهما ٢٤ ث.كجم وتميل على القوة الأولى بزاوية قياسها 30° فإن : $U = \dots\dots\dots$ ث.كجم.

- (أ) ٨ (ب) $3\sqrt{8}$ (ج) $2\sqrt{8}$ (د) ١٢

١٨ قوتان مقدارهما ٨ ، ٧ ث.كجم وقياس الزاوية بينهما 0 ، π] ، محصلتهما تنصف الزاوية بينهما فإن : $U = \dots\dots\dots$ ث.كجم.

- (أ) ٤ (ب) ١٦ (ج) $2\sqrt{2}$ (د) ٨

١٩ قوتان مقدارهما ٣ نيوتن ، ٧ نيوتن وقياس الزاوية بينهما 120° ، إذا كانت محصلتهما عمودية على القوة الأولى فإن : $U = \dots\dots\dots$ نيوتن.

- (أ) ١,٥ (ب) ٣ (ج) $3\sqrt{3}$ (د) ٦

٢٠ قوتان متعامدتان مقدارهما (٢ - ٧) ، (٢ + ٧) نيوتن ومقدار محصلتهما $5\sqrt{3}$ نيوتن فإن : $U = \dots\dots\dots$ نيوتن.

- (أ) ٧ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٣

٢١ قوتان مقدارهما ٦ نيوتن ، ١٠ نيوتن ومقدار محصلتهما ١٤ نيوتن فإن قياس الزاوية بينهما يساوى

- (أ) 15° (ب) 30° (ج) 60° (د) 45°

٢٢ قوتان متساويتان متلاقيتان فى نقطة مقدار كل منهما ٦ نيوتن ومقدار محصلتهما ٦ نيوتن فإن قياس الزاوية بينهما يساوى

- (أ) 30° (ب) 60° (ج) 120° (د) 150°

٢٣ قوتان مقدارهما ٦ نيوتن ، ٨ نيوتن ومقدار محصلتهما ٢ نيوتن فإن قياس الزاوية بينهما

- (أ) 30° (ب) 90° (ج) 180° (د) 270°

٢٤ قوتان مقدارهما ٦ ، ٥ ، ٢ نيوتن ومقدار محصلتهما تساوى ٦,٥ نيوتن فإن الزاوية بين القوتين تكون

- (أ) حادة. (ب) منفرجة. (ج) قائمة. (د) مستقيمة.

٢٥ قوتان مقدارهما ٢ ، ٥ ، ٥ نيوتن وقياس الزاوية بينهما ٧ ومقدار محصلتهما ٣ فإن : $U = \dots\dots\dots$

- (أ) صفر° (ب) 60° (ج) 90° (د) 180°

٢٦ قوتان مقدارهما ٣ ، ٧ ، ٧ نيوتن محصلتهما ٤ نيوتن يكون قياس الزاوية بينهما

- (أ) 60° (ب) صفر° (ج) 180° (د) 90°

٢٧ قوتان مقدارهما ٧ ، ٧ تؤثران فى نقطة مادية ومحصلتهما مقدارها ٧ فإن قياس الزاوية بين القوتين يساوى

- (أ) 120° (ب) 60° (ج) 45° (د) 90°

٢٨ قوتان مقداراهما u ، و $3\sqrt{2}$ نيوتن تؤثران في نقطة مادية ، فإذا كان مقدار محصلتهما $2u$ نيوتن

فإن قياس الزاوية بين اتجاهي هاتين القوتين يساوى

- (أ) 30° (ب) 60° (ج) 90° (د) 120°

٢٩ إذا كانت : $\vec{c} = \vec{u} + \vec{v}$ ، وكان : $\|\vec{c}\| = \|\vec{u}\| - \|\vec{v}\|$

فإن قياس الزاوية بين \vec{u} ، و \vec{v} يساوى

- (أ) صفر (ب) $\frac{\pi}{4}$ (ج) $\frac{\pi}{2}$ (د) π

٣٠ إذا بلغت محصلة قوتين تؤثران في نقطة قيمتها العظمى فإن قياس الزاوية بين خطي عملهما

يساوى

- (أ) 180° (ب) 120° (ج) صفر (د) 60°

٣١ قياس الزاوية بين \vec{u} ومحصلة القوتين $(\vec{u} + \vec{v})$ ، $(\vec{u} - \vec{v})$ هو

- (أ) صفر (ب) π (ج) $\frac{\pi}{2}$ (د) $\frac{\pi}{4}$

٣٢ إذا كانت \vec{c} هي محصلة القوتين $(\vec{u}$ ، $\vec{v})$ ، \vec{c} هي محصلة القوتين $(\vec{u}$ ، $-\vec{v})$ ، $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$

فإن :

- (أ) $\vec{c} \perp \vec{u}$ (ب) $\vec{c} = \vec{u}$
(ج) $\|\vec{c}\| = \|\vec{u}\|$ (د) $\vec{c} \parallel \vec{u}$

٣٣ قوتان مقداراهما 4 ، 6 نيوتن وقياس الزاوية بينهما 90° فإن ظل زاوية ميل محصلتهما على القوة

الأولى يساوى

- (أ) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{3}{4}$ (ج) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ (د) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

٣٤ قوتان متعامدتان مقداراهما 6 ، 8 نيوتن فإن قياس زاوية ميل محصلتهما على القوة الأولى

هو

- (أ) $\tan^{-1} \frac{4}{3}$ (ب) $\tan^{-1} \frac{3}{4}$ (ج) $\tan^{-1} \frac{4}{5}$ (د) $\tan^{-1} \frac{3}{5}$

٣٥ قوتان مقداراهما u ، $2u$ نيوتن تؤثران في نقطة مادية وكانت المحصلة عمودية على إحداهما

فإن : $c =$

- (أ) $5\sqrt{2}u$ (ب) $3\sqrt{2}u$ (ج) $3u$ (د) u

٣٦ قوتان مقداراهما $3\sqrt{2}$ ، 6 نيوتن وقياس الزاوية بينهما 135° فإن قياس الزاوية بين محصلتهما

والقوة الثانية =

- (أ) 30° (ب) 45° (ج) 60° (د) 90°

٣٧ قوتان مقداراهما 12 ، 15 نيوتن تؤثران في جسيم وتحصران زاوية قياسها 90° بحيث $\vec{c} = \frac{4}{5}$

فإن قياس الزاوية المحصورة بين المحصلة والقوة الأولى =

- (أ) صفر (ب) 30° (ج) 90° (د) $52^\circ 36'$

٢٨ قوتان تؤثران في نقطة مادية مقداراهما ٥ ، ٨ نيوتن فإن أصغر قيمة للمحصلة = نيوتن.

- (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٧ (د) ١٣

٢٩ قوتان مقداراهما ٩ نيوتن ، ١٠٠٠ داین فإن القيمة العظمى لمحصلتها

- (أ) ١٠٠٩ داین (ب) ١٠٠٩ نيوتن (ج) ٩,٠١ داین (د) ٩,٠١ نيوتن

٤٠ قوتان مقداراهما ٥ ، ٧ نيوتن أصغر مقدار لمحصلتها ١٠ نيوتن ، $٧ < ٥$ فإن $٧ =$ نيوتن.

- (أ) ٦ (ب) ١٠ (ج) ١٥ (د) ٢٠

٤١ قوتان متلاقيتان في نقطة مقداراهما ٥ ، ٣ فإن كانت القيمة العظمى لمحصلتها ٤٠ نيوتن

فإن القيمة الصغرى لمحصلتها نيوتن.

- (أ) ١٠ (ب) ٢٠ (ج) ٥ (د) صفر

٤٢ قوتان متلاقيتان في نقطة مقداراهما ٥ نيوتن ، ٣ نيوتن

فإن مقدار محصلتهما مقاسة بالنيوتن \Rightarrow

- (أ) [٢ ، ٨] (ب) [٢ ، ٨] (ج) [٣ ، ٥] (د) [٣ ، ٥]

٤٣ إذا كانت γ الزاوية بين قوتين مقداراهما ٢ نيوتن ، ٦ نيوتن ، $\gamma \in [٠ ، \pi]$

فإن مقدار محصلة القوتين مقاسة بالنيوتن \Rightarrow

- (أ) [٤ ، ٨] (ب) [٤ ، ٨] (ج) [٤ ، ٨] (د) [٤ ، ٨]

٤٤ قوتان متساويتان في المقدار ومقدار محصلتهما ١٦ نيوتن عندما كان قياس الزاوية بينهما $\frac{\pi}{٤}$

فإن القيمة العظمى لمحصلتيهما تساوى نيوتن.

- (أ) ٣٢ (ب) $٨\sqrt{٢}$ (ج) $١٦\sqrt{٢}$ (د) صفر

٤٥ قوتان مقداراهما $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٣}$ حيث $\sqrt{٣} < \sqrt{٣}$ ومقدار أصغر وأكبر محصلة لهما ٣ ، ١٢ ث.جم

على الترتيب فإن $\sqrt{٣} - \sqrt{٣} =$

- (أ) ١٢ (ب) ٣ (ج) ٩ (د) ٣٦

٤٦ قوتان مقداراهما ١٢ ، ١٧ نيوتن فإن الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة للمحصلة = نيوتن.

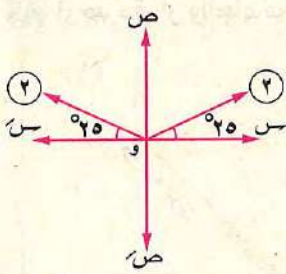
- (أ) ٢٩ (ب) ٥ (ج) ١٤ (د) ٢٤

٤٧ قوتان مقداراهما $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٣}$ نيوتن متلاقيتان في نقطة وكان مقدار محصلتهما $\sqrt{٣}$ عندما كان قياس

الزاوية بينهما ٩٠° ثم أصبح مقدار محصلتهما $\sqrt{٣}$ عندما كان قياس الزاوية بينهما ١٥٠°

فإن :

- (أ) $\sqrt{٣} = \sqrt{٣}$ (ب) $\sqrt{٣} = \sqrt{٣}$ (ج) $\sqrt{٣} = \sqrt{٣}$ (د) $\sqrt{٣} = \sqrt{٣}$



٤٨) محصلة القوتين في الشكل المقابل تؤثر في اتجاه

- (أ) و س ←
 (ب) و س ←
 (ج) و ص ←
 (د) و ص ←

٤٩) قوتان متلاقيتان في نقطة ومقدار أصغر وأكبر محصلة لهما ٠ ، ١٢ نيوتن على الترتيب فإن القوتين

- (أ) مقدار إحداهما ثلاث أمثال الأخرى.
 (ب) مقدار إحداهما ضعف الأخرى.
 (ج) متساويتان في المقدار.
 (د) متعامدتان.

ثانياً الأسئلة المقالية

١) أوجد مقدار واتجاه محصلة قوتين متعامدتين مقداراهما ٨ ، ١٥ ث.كجم وتؤثران في نقطة مادية.
 «١٧ ث.كجم ، $\theta = 49.5^\circ$ »

٢) قوتان متعامدتان تؤثران في نقطة مادية مقدار محصلتهما ٥٠ نيوتن فإذا كانت محصلتهما تميل على القوة الأولى بزاوية قياسها 30° أوجد مقدار كل من القوتين.
 «٢٥ ، $\sqrt{3} 25$ نيوتن»

٣) قوتان مقداراهما ٣٠ ، ١٦ نيوتن تؤثران في نقطة مادية ، إذا كان مقدار محصلتهما ٢٦ نيوتن.
 أوجد قياس الزاوية بين هاتين القوتين.
 « 120° »

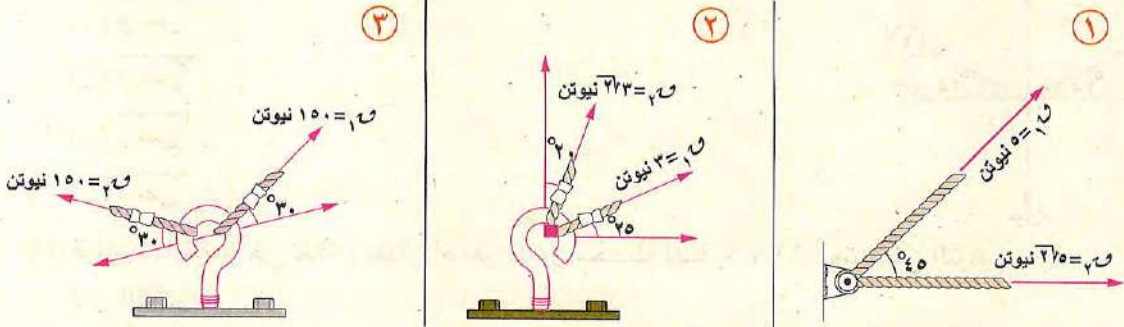
٤) قوتان مقداراهما ٩ ، ٦ ث.كجم تؤثران في نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما θ أوجد قيمة θ إذا كانت محصلتهما مقدارها $2\sqrt{7}$ ث.كجم وأوجد قياس الزاوية التي تصنعها المحصلة مع القوة الكبرى.
 « $\theta = 120^\circ$ ، $\theta = 46.3^\circ$ »

٥) أثرت قوتان في نقطة مادية فإذا كان مقدار القوة الأولى ١٥ ث.كجم وتؤثر في اتجاه الشرق ومقدار الثانية ١٨ ث.كجم وتؤثر في اتجاه 30° غرب الشمال. احسب مقدار واتجاه المحصلة.
 « 31.3 ث.كجم ، $\theta = 68.5^\circ$ »

٦) قوتان مقداراهما ١٢ ، ٥ ث.كجم تؤثران في نقطة ، تعمل الأولى في اتجاه الشرق وتعمل الثانية في اتجاه 60° جنوب الغرب. أوجد مقدار θ ومقدار المحصلة إذا علم أن خط عمل المحصلة يؤثر في اتجاه 30° جنوب الشرق.
 «٦ ث.كجم ، $\sqrt{3} 6$ ث.كجم»

٧) قوتان تؤثران في نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها θ حيث $\theta = \frac{1}{3}$ فإذا علم أن محصلتهما عمودية على صغراهما وأن مقدار القوة الكبرى = ٣٠ ث.كجم فما مقدار كل من القوة الصغرى والمحصلة ؟
 « $10\sqrt{3}$ ث.كجم ، ١٥ ث.كجم»

أوجد مقدار واتجاه محصلة القوى المؤثرة في كل من الأشكال الآتية :



قوتان مقدارهما 4 ، 5 نيوتن تؤثران في نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما 120° فإذا كان مقدار محصلتهما يساوي 4√3 نيوتن فأوجد مقدار وقياس الزاوية التي تصنعها المحصلة مع 4 نيوتن ، 8 نيوتن ، 30°»

قوتان مقدارهما 3√3 ، 2 نيوتن تؤثران في نقطة مادية. أوجد قياس الزاوية بينهما إذا كانت محصلتهما عمودية على القوة الصغرى وإذا كانت 15 = نيوتن. أوجد مقدار المحصلة. «150° ، 15 نيوتن»

قوتان مقدارهما 2√2 ، 2 نيوتن تؤثران في نقطة مادية ومقدار محصلتهما 2√3 نيوتن فإذا كانت المحصلة عمودية على القوة الثانية. أوجد وقياس الزاوية بين القوتين. «67° نيوتن ، 150°»

قوتان مقدارهما 16 ، 8 ث.كجم تؤثران في نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما 120° فإذا كانت محصلتهما تميل على القوة 16 ث.كجم بزاوية قياسها 30° أوجد قيمة و ومقدار محصلة القوتين. «8 ، 8 ، 37° ث.كجم»

إذا أثرت القوى الثلاث التي مقاديرها 5 ، 10 ، 4 نيوتن في نقطة مادية وكان قياس الزاوية بين خطى عمل القوتين الأولى والثانية يساوي 60° أوجد القيمة العظمى والصغرى لمقدار محصلة هذه القوى. «7√2 ، 7√9 نيوتن»

قوتان مقدارهما 2 ، 3 نيوتن وقياس الزاوية بينهما هـ أوجد قيمة هـ إذا كان مقدار محصلتهما :

1) 3 نيوتن	2) 2 نيوتن
3) 5 نيوتن	4) 13√ نيوتن

«16° ، 180° ، صفر° ، 90°»

قوتان مقدارهما 2 ، 3 نيوتن والزاوية بينهما قياسها 120° أوجد قيمة و في كل من الحالتين الآتيتين :

- اتجاه المحصلة عمودي على القوة الثانية.
 - اتجاه المحصلة يميل بزاوية قياسها 45° على القوة الثانية.
- «1 ، 3√ + 1 نيوتن»

قوتان متلاقيتان في نقطة مقدارهما 1 ، 2 نيوتن ومحصلتهما 3 نيوتن حيث $2 \in [1, 2]$ ، $1 < 3 < 2$ أوجد قيمتي 1 ، 2 ثم أوجد مقدار المحصلة عندما يكون قياس الزاوية بينهما 120° «6 ، 4 ، 2 ، 7√ نيوتن»

١٧ قوتان تؤثران في نقطة مادية ومقدار إحداها يزيد عن الأخرى بمقدار ٣ نيوتن ومقدار محصلتهما $\sqrt{3^2 + 3^2}$ نيوتن فإذا كانت المحصلة عمودية على القوة الصغرى. أوجد مقدار كل من القوتين وقياس الزاوية بينهما.
«٣، ٦ نيوتن، $\theta = 120^\circ$ »

١٨ قوتان تؤثران في نقطة فإذا كانت محصلتهما مقدارها $\sqrt{10}$ نيوتن عندما كانت الزاوية بين اتجاهيهما قائمة ويصبح مقدار المحصلة $\sqrt{13}$ نيوتن عندما يكون قياس الزاوية بين اتجاهي القوتين 60° فما مقدار كل من القوتين؟
«١، ٣ نيوتن»

١٩ قوتان متساويتان في المقدار ومتلاقيتان في نقطة ومقدار محصلتهما يساوي ١٢ ث.كجم وإذا عكس اتجاه إحداها فإن مقدار المحصلة يساوي ٦ ث.كجم. أوجد مقدار كل من القوتين.
«٣، ٥ ث.كجم»

٢٠ قوتان متلاقيتان في نقطة مقدارهما $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{4}$ وقياس الزاوية بينهما 120° ومقدار محصلتهما = $\sqrt{13}$ ث.كجم وإذا عكس اتجاه $\sqrt{3}$ فإن مقدار المحصلة يصبح $\sqrt{3}$ ث.كجم. أثبت أن $\sqrt{3} = \sqrt{4}$ وأن المحصلة في الحالة الثانية يكون اتجاهها عمودياً على اتجاه المحصلة في الحالة الأولى.

٢١ قوتان ٤، ٥ نيوتن تؤثران في نقطة مادية وكانت محصلتهما ١٠ نيوتن وتعمل زاوية قياسها 60° مع القوة ٤ نيوتن. أوجد قيمة $\sqrt{2}$ نيوتن»

٢٢ قوتان متلاقيتان في نقطة، الفرق بين مقداريهما ١٥ نيوتن ومقدار محصلتهما = ٣٥ نيوتن عندما يكون قياس الزاوية بينهما 120° أوجد مقدار كل من القوتين.
«٤٠، ٢٥ نيوتن»

٢٣ قوتان مجموع مقداريهما ٤ نيوتن. وعندما يكون قياس الزاوية بينهما 60° فإن مقدار المحصلة يساوي $\sqrt{13}$ نيوتن. أوجد مقدار كل من القوتين.
«١، ٣ نيوتن»

٢٤ قوتان تؤثران في نقطة مادية مجموع مقداريهما ٤٠ ث.كجم ومقدار محصلتهما ٢٠ ث.كجم وعمودية على القوة ذات المقدار الأصغر. أوجد مقدار كل من القوتين وجيب تمام الزاوية بينهما.
«١٥، ٢٥، $\frac{3}{5}$ »

٢٥ قوتان متساويتان مقدار كل منهما $\sqrt{2}$ ث.كجم وتحصران بينهما زاوية قياسها 120° وإذا تضاعفت القوتان وأصبح قياس الزاوية بينهما 60° زادت محصلتهما بمقدار ١١ ث.كجم عن الحالة الأولى. أوجد مقدار $\sqrt{3}$ نيوتن»

٢٦ قوتان تؤثران في نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها θ ومقدار محصلتهما يساوي $\sqrt{5}$ نيوتن وإذا أصبح قياس الزاوية بينهما $(90^\circ - \theta)$ فإن مقدار المحصلة يساوي $\sqrt{5}$ نيوتن
أثبت أن: $\frac{2 - \theta}{2 + \theta} = \theta$

ثالثاً مسائل تقيس مهارات التفكير

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت النسبة بين القيمة العظمى والقيمة الصغرى لمحصلة قوتين كنسبة ٧ : ٣ فإن النسبة بين القوتين =

- (أ) ٧ : ٤ (ب) ٧ : ٣ (ج) ٥ : ٣ (د) ٥ : ٢

٢ إذا كانت النسبة بين مقدارى قوتين ومقدار محصلتهما هي ٤ : ٣ : $\sqrt{13}$ على الترتيب فإن قياس الزاوية بين القوتين =

- (أ) 30° (ب) 60° (ج) 90° (د) 120°

٣ إذا كانت محصلة القوتين \vec{P} ، \vec{Q} عمودية على \vec{R} فإن قياس الزاوية بين القوتين \vec{P} ، \vec{Q} يساوى

- (أ) $\cos^{-1}\left(\frac{P}{Q}\right)$ (ب) $\sin^{-1}\left(\frac{P}{Q}\right)$ (ج) $\cos^{-1}\left(\frac{P}{Q}\right)$ (د) $\sin^{-1}\left(\frac{P}{Q}\right)$

٤ إذا كانت محصلة قوتين متعامدتين تميل على القوة الكبرى بزاوية قياسها θ فأى القيم الآتية تصلح أن تكون قيمة θ ؟

- (أ) 90° (ب) 70° (ج) 45° (د) 10°

٥ قوتان \vec{P} ، \vec{Q} تؤثران فى نقطة مادية محصلتهما \vec{R} وإذا عكس اتجاه \vec{P} فإن اتجاه المحصلة يدور بزاوية قياسها 90° فإن :

- (أ) $Q = P$ (ب) $Q = 2P$ (ج) $Q = \frac{1}{2}P$ (د) لا شيء مما سبق.

٦ قوتان مقداراهما ٤ ، ٣ نيوتن تؤثران فى نقطة واحدة وقياس الزاوية بينهما 120° فإن \vec{R} التى تجعل المحصلة أصغر ما يمكن تساوى

- (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٧ إذا كانت θ هى قياس الزاوية بين محصلة القوتين (\vec{P}, \vec{Q}) والقوة \vec{R} وكانت θ هى قياس الزاوية بين محصلة القوتين $(\vec{P}, 2\vec{Q})$ والقوة \vec{R} فإن :

- (أ) $\theta = 2\theta$ (ب) $\theta < 2\theta$ (ج) $\theta > 2\theta$ (د) $\theta = 2\theta + \frac{\pi}{2}$

٨ قوتان مقداراهما \vec{P} ، \vec{Q} $\sqrt{13}$ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية ومقدار محصلتهما \vec{R} نيوتن فإذا كانت \vec{R} هى قياس الزاوية بين \vec{P} ، \vec{Q} وكانت \vec{R} هى قياس الزاوية بين \vec{P} ، \vec{Q} فإن :

- (أ) $R = P$ (ب) $R = \frac{1}{2}P$ (ج) $R = 2P$ (د) $R = 4P$

٩) قوتان متلاقيتان فى نقطة مقداراهما u ، v حيث $u \geq 3$ ، $v \geq 12$ ، $u \geq 4$ ، $v \geq 16$ ومقدار محصلتهما C وقياس الزاوية بينهما 90° فإن :

(أ) $4 \geq C \geq 1$ (ب) $7 \geq C \geq 28$ (ج) $0 \geq C \geq 18$ (د) $1 \geq C \geq 4$

١٠) قوتان متلاقيتان فى نقطة مقداراهما u ، v حيث $u \geq 1$ ، $v \geq 9$ ، $u \geq 2$ ، $v \geq 7$ ومقدار محصلتهما C فإن :

(أ) $2 \geq C \geq 16$ (ب) $4 \geq C \geq 16$ (ج) $6 \geq C \geq 16$ (د) $0 \geq C \geq 16$

١١) قوتان متلاقيتان فى نقطة مقداراهما u ، v حيث $u \geq 5$ ، $v \geq 20$ ، $u \geq 12$ ، $v \geq 21$ وكان مقدار محصلتهما C ، قياس الزاوية بينهما θ حيث $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ فإن :

(أ) $13 \geq C \geq 29$ (ب) $0 \geq C \geq 41$ (ج) $13 \geq C \geq 41$ (د) $17 \geq C \geq 29$

٢) قوتان الأولى نصف الثانية فى المقدار ولهما محصلة ما فإذا زيد مقدار القوة الأولى بمقدار ٤ ثقل كجم وضوعف مقدار القوة الثانية فإن محصلتهما تظل فى نفس اتجاه المحصلة الأولى.

أوجد مقدار كل من القوتين والنسبة بين محصلتيهما فى الحالتين. « ٤ ، ٨ ثقل كجم ، ١ : ٢ »

٣) \vec{u} ، \vec{v} متلاقيتان فى نقطة ومقدار محصلتهما $C =$ نيوتن وإذا عكس اتجاه \vec{u} فإن المحصلة تصبح $C\sqrt{3}$ نيوتن وفى اتجاه عمودى على المحصلة الأولى. أوجد قياس الزاوية بين القوتين. « ١٢٠° »



تمارين 2

على تحليل القوة إلى مركبتين

اختر نفسك

مستويات عليا

تطبيق

فهم

تذكر

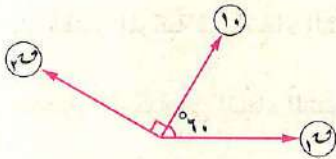
من أسئلة الكتاب المدرسي

أسئلة الاختيار من متعدد

أولاً

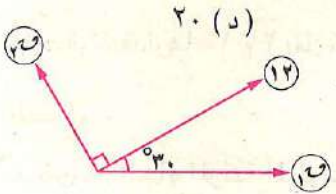
اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) في الشكل المقابل :



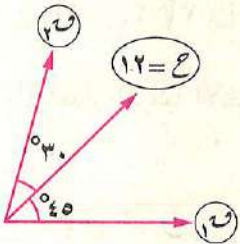
بتحليل القوة التي مقدارها ١٠ نيوتن إلى مركبتين \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ،
اللتين تصنعان معها زاويتين قياساهما 60° ، 90° من جهتيها
فإن : $\vec{F}_1 = \dots$ نيوتن.

- (أ) $3\sqrt{5}$ (ب) ١٠ (ج) $3\sqrt{10}$ (د) ٢٠



٢) إذا حُلَّت القوة التي مقدارها ١٢ نيوتن إلى مركبتين \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ،
تصنعان معها زاويتين قياساهما 30° ، 90° على الترتيب
كما بالشكل المقابل فإن : $\vec{F}_1 = \dots$ نيوتن.

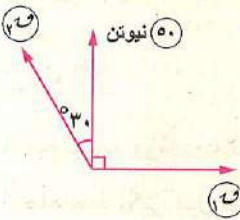
- (أ) ١٠ (ب) $3\sqrt{10}$ (ج) $3\sqrt{6}$ (د) $3\sqrt{4}$



٣) في الشكل المقابل :

إذا حُلَّت القوة التي مقدارها ١٢ نيوتن إلى مركبتين \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ،
فإن : $\vec{F}_1 = \dots$ نيوتن.

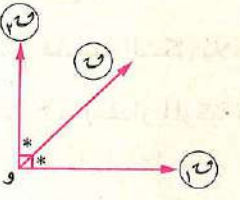
- (أ) ١٢ ممّا 70° (ب) ١٢ ممّا 45°
(ج) ٦ ممّا 45° (د) ٦ ممّا 70°



٤) في الشكل المقابل :

إذا حُلَّت القوة التي مقدارها ٥٠ نيوتن إلى مركبتين \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ،
فإن : $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \dots$ نيوتن.

- (أ) ٥٠ (ب) ٢٥ (ج) $3\sqrt{50}$ (د) $3\sqrt{50}$

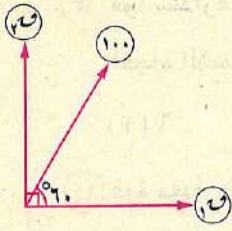


٥) في الشكل المقابل :

إذا حُلَّت القوة \vec{F} إلى المركبتين المتعامدتين \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ،
وكان متجه القوة \vec{F} ينصف الزاوية بين اتجاهي \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ،
وكان $\|\vec{F}_1\| = 6\sqrt{2}$ نيوتن فإن : $\|\vec{F}_2\| = \dots$ نيوتن.

- (أ) ٦ (ب) $2\sqrt{6}$ (ج) ١٢ (د) $2\sqrt{12}$

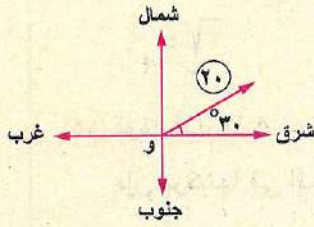
٦ في الشكل المقابل :



إذا حُلَّت القوة التي مقدارها ١٠٠ نيوتن إلى قوتين \vec{P} ، \vec{Q} وكانت القوة مقدره بالنيوتن فإن : $(P, Q) = \dots\dots\dots$

- (أ) $(\sqrt{3} ٥٠, ٥٠)$ (ب) $(١٠, \sqrt{3} ٥٠)$
 (ج) $(٥٠, ٥٠)$ (د) $(١٠, ١٠)$

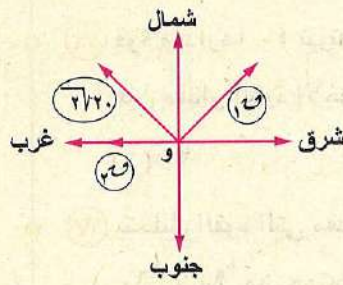
٧ في الشكل المقابل :



قوة مقدارها ٢٠ نيوتن تعمل في اتجاه ٣٠ شمال الشرق تم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين فإن مقدار مركبتها في اتجاه الشمال = نيوتن.

- (أ) $\sqrt{3} ١٠$ (ب) ٢٠ (ج) ١٠ (د) ٥

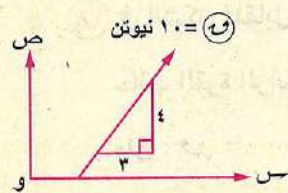
٨ في الشكل المقابل :



حللت قوة مقدارها $20\sqrt{3}$ ث.كجم تعمل في اتجاه الشمال الغربي إلى مركبتين إحداها مقدارها \vec{P} نحو الشمال الشرقي والأخرى مقدارها \vec{Q} نحو الغرب فإن : $\vec{P} = \dots\dots\dots$ ث.كجم.

- (أ) ٣٠ (ب) ٤٠ (ج) ٥٠ (د) $20\sqrt{3}$

٩ في الشكل المقابل :



إذا تم تحليل القوة \vec{P} إلى مركبتين في اتجاهي المحاور الأساسية فإن مركبة هذه القوة في اتجاه \vec{S} تساوي نيوتن.

- (أ) ١٠ (ب) ٦ (ج) ٨ (د) $\frac{4}{3}$

١٠ قوة مقدارها $10\sqrt{2}$ ثقل جرام تعمل في اتجاه الجنوب الشرقي تم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين فإن مقدار مركبة القوة في اتجاه الجنوب = ثقل جرام.

- (أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) $10\sqrt{2}$ (د) $20\sqrt{2}$

١١ قوة مقدارها ٦ نيوتن تعمل في اتجاه الشمال تم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين فإن مقدار مركبتها في اتجاه الشرق = نيوتن.

- (أ) صفر (ب) ٣ (ج) $3\sqrt{2}$ (د) ٦

١٢ قوة مقدارها $4\sqrt{2}$ نيوتن تعمل في اتجاه الشرق تم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين فإن مقدار مركبتها في اتجاه الشمال الشرقي = نيوتن.

- (أ) صفر (ب) $4\sqrt{2}$ (ج) ٤ (د) ٦

١٣ قوة مقدارها ٦ نيوتن تعمل في اتجاه الشمال تم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين فإن مقدار مركبتها في اتجاه الشمال الشرقي = نيوتن.

- (أ) ٦ (ب) $\sqrt{3}$ (ج) $\sqrt{2}$ (د) صفر

١٤ قوة مقدارها $3\sqrt{5}$ نيوتن تعمل في اتجاه 30° شرق الشمال تم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين فإن مقدار مركبتها في اتجاه الشرق يساوى نيوتن.

- (أ) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ (ب) $\frac{15}{4}$ (ج) $\frac{3\sqrt{15}}{4}$ (د) $3\sqrt{15}$

١٥ قوة مقدارها ٨ نيوتن تعمل في اتجاه الشرق ثم تحليلها إلى مركبتين قياس الزاوية بينهما 120° فإن مركبتها في اتجاه الجنوب = نيوتن.

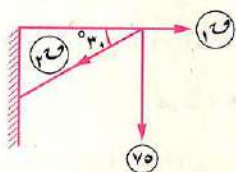
- (أ) ١٦ (ب) ٨ (ج) $3\sqrt{8}$ (د) $\frac{3\sqrt{8}}{3}$

١٦ قوة مقدارها ٤٠ نيوتن تؤثر رأسياً لأعلى تم تحليلها إلى مركبتين إحداها أفقية مقدارها ٢٠ نيوتن فإن مقدار القوة الأخرى = نيوتن.

- (أ) ٢٠ (ب) $3\sqrt{20}$ (ج) $5\sqrt{20}$ (د) $3\sqrt{10}$

١٧ بتحليل القوة التي مقدارها $3\sqrt{2}$ نيوتن إلى مركبتين \vec{u} ، \vec{v} اللتين تصنعان معها زاويتين قياسهما 60° ، 90° من جهتين مختلفتين لخط عمل القوة \vec{w} على الترتيب فإن $\vec{w} = \dots\dots\dots$

- (أ) $2\vec{u}$ (ب) $\frac{3\sqrt{2}}{4}\vec{u}$ (ج) $\frac{2}{3\sqrt{2}}\vec{u}$ (د) $\frac{1}{4}\vec{u}$



١٨ في الشكل المقابل :

حُلَّت القوة الرأسية ٧٥ نيوتن إلى مركبتين إحداها أفقية \vec{u} والأخرى \vec{v} فإن : $\vec{u} = \dots\dots\dots$ نيوتن.

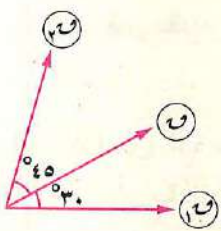
- (أ) ٧٥ (ب) $3\sqrt{75}$ (ج) ١٥٠ (د) $3\sqrt{150}$

١٩ في الشكل المقابل :

القوة \vec{w} هي محصلة القوتين \vec{u} ، \vec{v} فإن : $\vec{w} = \dots\dots\dots$

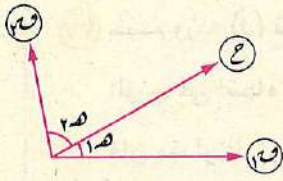
- (أ) $30\text{ ما} + 45^\circ$ (ب) $\frac{30\text{ ما} + 75\text{ ما}}{75\text{ ما}}$

- (ج) $\frac{30\text{ ما} + 45\text{ ما}}{75\text{ ما}}$ (د) $\frac{75\text{ ما} + 75\text{ ما}}{45\text{ ما} + 30\text{ ما}}$



٢٠ أ ب ح د ه و شكل سداسى منتظم أثرت قوة مقدارها ٢٠ نيوتن في اتجاه 60° فإن مقدار مركبتى القوة في اتجاهى أ ح ، أ و على الترتيب هما

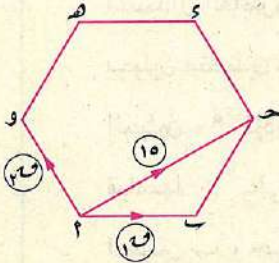
- (أ) ١٠ ، $3\sqrt{10}$ (ب) ١٠ ، $3\sqrt{5}$ (ج) ١٠ ، $3\sqrt{10}$ (د) ٢٠ ، $3\sqrt{20}$



حللت القوة \vec{C} إلى مركبتين \vec{C}_1 ، \vec{C}_2 فإن : $\frac{10}{\vec{C}_1} = \dots$

(أ) $\frac{3}{5}$ ما $\frac{3}{5}$ ما $\frac{3}{5}$ ما (ب) ما $\frac{3}{5}$ ما (ج) ما $(\frac{3}{5} + \frac{3}{5})$ ما (د) $\frac{3}{5}$ ما $\frac{3}{5}$ ما

٢٢ في الشكل المقابل :



٢ ب ح ه و سداسى منتظم أثرت القوة ١٥ نيوتن فى أ ح

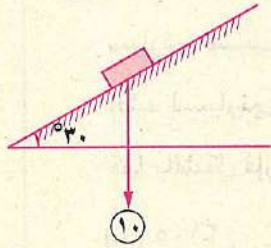
وحللت إلى مركبتين \vec{C}_1 ، \vec{C}_2 كما بالشكل

فإن : $\vec{C}_1 : \vec{C}_2 = \dots$

(أ) $2 : \sqrt{3}$ (ب) $1 : 2$

(ج) $2 : 1$ (د) $3\sqrt{3} : 1$

٢٣ في الشكل المقابل :



إذا وضع جسم وزنه ١٠ نيوتن على مستوى مائل أملس

يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° فإن مركبة وزن الجسم

فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأسفل = نيوتن.

(أ) $5\sqrt{3}$ (ب) $5\sqrt{2}$

(ج) ٥ (د) $10\sqrt{3}$

٢٤ إذا وضع جسم وزنه (و) على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها θ

فإن مركبة وزنه فى اتجاه المستوى =

(أ) و (ب) و ما θ (ج) و ما θ (د) و ما θ

٢٥ إذا وضع جسم وزنه (و) على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها θ

فإن مقدار مركبة وزنه فى اتجاه عمودى على المستوى هى

(أ) و ما ه (ب) و ما ه (ج) و ما ه (د) و ما ه

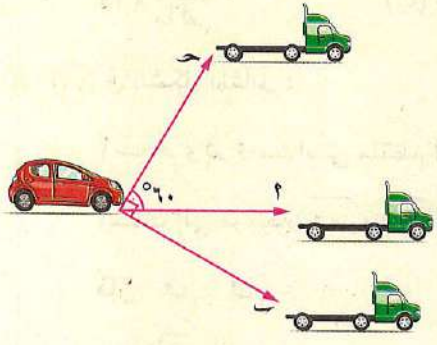
٢٦ إذا وضع جسم وزنه (و) نيوتن على مستوى أملس يميل على الرأسى بزاوية قياسها θ

فإن مركبة وزن الجسم فى اتجاه المستوى هى

(أ) و ما ه (ب) و ما ه (ج) و (د) و ما ه

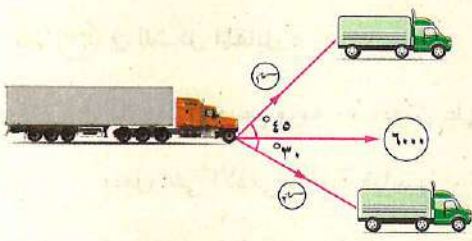
٢٧ جسم وزنه (و) نيوتن موضوع على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها (هـ) فإذا كانت مركبتا الوزن فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى والاتجاه العمودى عليه مقداراهما ٧ ، ٢٤ نيوتن على الترتيب فإن مقدار الوزن (و) = نيوتن.

- (أ) ٧ (ب) ٢٤ (ج) ٢٥ (د) ٣١



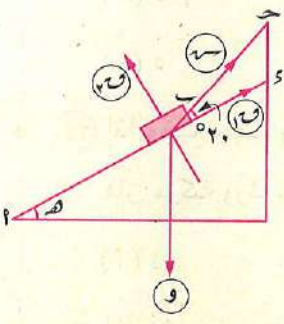
٢٨ قاطرة تجر سيارة بقوة ١٢٠٠ نيوتن يراى استبدال القاطرة بقاطرتين عند ب ، ح مثبتتين بحبلين متصلين بالسيارة وكان قياس الزاوية بين الحبلين ٩٠° فإذا كان أحد الحبلين يميل بزاوية قياسها ٦٠° على القاطرة ب فإن مقدار الشد فى كل من الحبلين ب ، ح هو نيوتن.

- (أ) ٦٠٠ ، ٦٠٠ (ب) ٤٠٠ ، ٨٠٠ (ج) ٦٠٠ ، $\sqrt{3} \times ٦٠٠$ (د) ٧٠٠ ، ٥٠٠



٢٩ تعطلت سيارة نقل كبيرة فقام رجال المرور بإحضار سيارتين لسحب هذه السيارة بحيث كانت محصلة قوى الشد للسيارتين تمثل بقوة أفقية مقدارها ٦٠٠٠ نيوتن كما بالشكل فإن : س = لأقرب نيوتن.

- (أ) ٣١٠٥ (ب) ٣٦٠٦ (ج) ٤٣٩٢ (د) ٤٢٩٣



٣٠ فى الشكل المقابل :

جسم وزنه (و) نيوتن ، وضع على مستوى مائل يميل على الأفقى بزاوية قياسها (هـ) ، ربط بخيط خفيف ب ح يميل على المستوى بزاوية قياسها ٢٠° لأعلى وكان و ، س هما مركبتا الشد فى اتجاه المستوى والعمودى على المستوى فإن :

- (أ) $س = ح + و$ (ب) $س = و + ح + ٢٠$
 (ج) $س = و + ح + ٢٠$ (د) $س = و - ح + ٢٠$

ثانياً الأسئلة المقالية

١ قوة مقدارها ٦٠٠ ث.جم تؤثر فى نقطة مادية. أوجد مركبتها فى اتجاهين يصنعان معها زاويتين

«٢ ، ٤٣٩ ، ٦ ، ٣١٠٠ ث.جم»

قياسهما ٣٠° ، ٤٥°

٢ قوة مقدارها ١٠٠ ثقل جم تعمل في اتجاه الشمال الغربى. احسب مركبتها في اتجاهى الشمال والغرب.
«٢٧٥٠ ، ٢٧٥٠ ث.جم»

٣ حلت قوة مقدارها ١٢ ث.كجم تؤثر في اتجاه الشمال الشرقى إلى مركبتين إحداهما نحو الشرق والأخرى نحو الشمال الغربى. أوجد مقدار هاتين المركبتين.
«١٢ ، ٢٧١٢ ث.كجم»

٤ حلل قوة أفقية مقدارها ١٦٠ ث.جم في اتجاهين متعامدين أحدهما يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° إلى أعلى.
«٨٠ ، ٢٧٨٠ ث.جم»

٥ قوة مقدارها ٣٠٠ داین تؤثر في اتجاه الشمال. أوجد مقدار مركبتها المتعامدتين إذا كانت إحدى هاتين المركبتين تعمل في اتجاه شمال الشرق بزاوية قياسها 30° .
«١٥٠ ، ٣٧١٥٠ داین»

٦ قوة مقدارها ١٨ نيوتن تعمل في اتجاه الجنوب. أوجد مركبتها في اتجاهى 60° شرق الجنوب ، 30° غرب الجنوب.
«٩ ، ٣٧٩ نيوتن»

٧ حلل قوة قدرها ٩٠ نيوتن إلى قوتين متساويتين فى المقدار وقياس الزاوية بين اتجاهيهما 60° .
«٣٧٣٠ نيوتن»

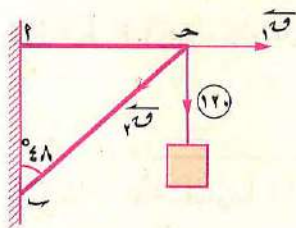
٨ أوجد مقدار المركبتين المتعامدتين ، لوزن جسم موضوع على مستو أفقى ومقداره ٨٠ نيوتن إذا علم أن إحداهما تميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° إلى أسفل.
«٤٠ ، ٣٧٤٠ نيوتن»

٩ قوتان تؤثران فى نقطة وظل الزاوية بينهما يساوى $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ، إذا علم أن محصلتهما عمودية على الصغرى وأن مقدار المركبة الكبرى يساوى ٣٠ نيوتن. فما هو مقدار كل من المركبة الأخرى والمحصلة ؟ «١٥ ، ٣٧١٥ نيوتن»

١٠ حلل قوة مقدارها ٢ نيوتن فى اتجاه الشمال إلى مركبتين ، الأولى فى اتجاه 30° شمال الشرق ومقدارها ٤ نيوتن والثانية فى اتجاه الغرب. أوجد كلاً من : مقدار القوة ٢ ومقدار المركبة الثانية. «٢٠ ، ٣٧٢٠ نيوتن»

١١ جسم جاسئ وزنه ٤٢ نيوتن موضوع على مستو يميل على الأفقى بزاوية قياسها 60° أوجد مركبتي وزن هذا الجسم فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى والاتجاه العمودى عليه.
«٢١ ، ٣٧٢١ نيوتن»

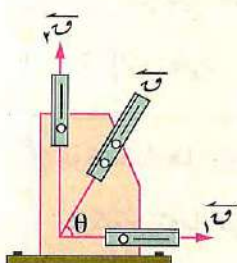
١٢ جسم وزنه ٦٠ نيوتن موضوع على مستو مائل يميل على الأفقى بزاوية قياسها θ حيث $\tan \theta = \frac{3}{4}$ أوجد مقدار مركبتي الوزن فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى والاتجاه العمودى عليه.
«٢٦ ، ٤٨ نيوتن»



١٣ في الشكل المقابل :

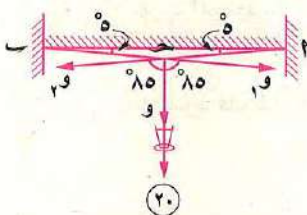
حلل القوة الرأسية ١٢٠ ث.جم إلى مركبتين إحداها في الاتجاه الأفقي والأخرى في اتجاه يصنع مع خط عمل القوة زاوية قياسها 48°

«١٣٣، ٢٧ ، ١٧٩، ٣٤ ث.جم»



«١٥ نيوتن»

١٤ الشكل المقابل يمثل زاوية في أحد الكبارى ، القوة \vec{C} مقدارها ٣٠ نيوتن ، حُلَّت إلى مركبتين متعامدتين مقدار إحداها ١٥ $\sqrt{3}$ نيوتن. فأوجد مقدار المركبة الأخرى.



١٥ في الشكل المقابل :

مصباح وزنه ٢٠ نيوتن معلق بحبلين معدنيين \vec{A} و \vec{B}

، \vec{B} يميلان على الأفقى بزوايتين متساويتين قياس كل منهما 80°

١ حلل وزن المصباح في الاتجاهين \vec{A} ، \vec{B}

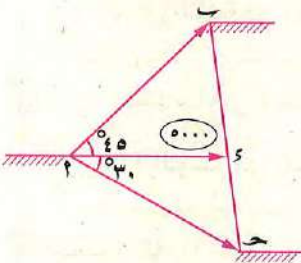
٢ ماذا يحدث لمقدار مركبة الوزن في اتجاهى الحبلين المعدنيين إذا نقص قياس زاويته مع الأفقى عن 80° وماذا تتوقع لمقدار مركبة الوزن عندما يُصبح الحبل المعدنى أفقياً ؟ فسر إجابتك.

«١١٤، ٧٤ ، ١١٤، ٧٤ نيوتن»

١٦ مستوى مائل طوله ١٣٠ سم وارتفاعه ٥٠ سم وضع عليه جسم جاسى وزنه ٣٩٠ ث.جم.

«١٥٠ ، ٣٦٠ ث.جم»

أوجد مركبتى الوزن في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى والاتجاه العمودى عليه.



١٧ في الشكل المقابل :

يراد سحب بارجة بواسطة قاطرتين \vec{B} ، \vec{C} تتصلان بحبلين مثبتين في خطاف في نقطة \vec{A} من البارجة وقياس الزاوية بينهما 70° ، فإذا كان قياس زاوية ميل أحد الحبلين على \vec{A} يساوى 45° وكانت محصلة القوى المبذولة لسحب البارجة تساوى ٥٠٠٠ نيوتن وتعمل في اتجاه \vec{A} .

«٢٥٨٨، ٢ ، ٣٦٦٠، ٣ نيوتن»

أوجد الشد في كل من الحبلين.



اختبر نفسك

مستويات عليا

تطبيق

فهم

تذكر

من أسئلة الكتاب المدرسي

أسئلة الاختيار من متعدد

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(حيث \vec{s} ، \vec{v} متجهان وحدة أساسيان في اتجاهين متعامدين)

١ إذا كان : $\vec{v} = \vec{s} - \vec{v}$ ، $\vec{v} = 2\vec{s} - 4\vec{v}$ ،

محصلتهما $\vec{c} = 2\vec{s} - 3\vec{v}$ فإن : $\vec{c} = \dots$

(أ) 3 (ب) $3\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) 12

٢ إذا كان : $\vec{v} = 3\vec{s} - 2\vec{v}$ ، $\vec{v} = 4\vec{s} - \vec{v}$ ، $\vec{v} = 4\vec{s} - \vec{v}$ ،

محصلتهم $\vec{c} = 6\vec{s} - 4\vec{v}$ فإن : $(\vec{c}, \vec{v}) = \dots$

(أ) (1 ، 1) (ب) (1 ، 1) (ج) (1- ، 1-) (د) (1 ، 1)

٣ إذا كان : $\vec{v} = 4\vec{s}$ ، $\vec{v} = 8\vec{s} - 5\vec{v}$ فإن : $\|\vec{c}\| = \dots$ وحدة قوة.

(أ) 12 (ب) 5 (ج) 13 (د) $\sqrt{37}$

٤ إذا كانت : $\vec{v} = 3\vec{s} + 2\vec{v}$ ، $\vec{v} = 4\vec{s} + 7\vec{v}$ ،

$\vec{v} = 12\vec{s} - \vec{v} + \vec{v}$ ثلاث قوى مستوية ومتلاقية في نقطة وكانت المحصلة

$\vec{c} = (6\sqrt{2}, \frac{3}{4}\pi)$ فإن : $\vec{c} = \dots$

(أ) 3- (ب) 3 (ج) صفر (د) 6

٥ إذا أثرت القوى : $\vec{v} = 6\vec{s} + 7\vec{v}$ ، $\vec{v} = 4\vec{s} - 9\vec{v}$ ، $\vec{v} = 5\vec{s} + \vec{v}$ ،

في نقطة مادية وكانت القوى متزنة فإن : $\vec{c} = 2 + \vec{v} = \dots$

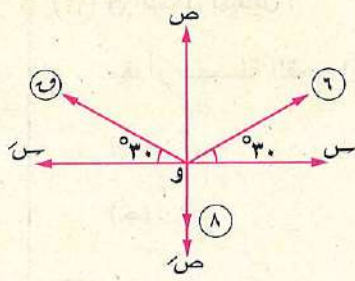
(أ) 9- (ب) 5 (ج) 7 (د) 7-

٦ إذا كانت \vec{v} ، \vec{v} ، \vec{v} ثلاث قوى متزنة ومتلاقية في نقطة واحدة وكانت :

$\vec{v} = 2\vec{s} - 3\vec{v}$ ، $\vec{v} = 3\vec{s} + 5\vec{v}$ فإن : $\vec{c} = \dots$

(أ) 5- (ب) 2- (ج) 2+ (د) 5-

(أ) 5- (ب) 2- (ج) 2+ (د) 5-



٧ إذا كانت محصلة القوى الموضحة

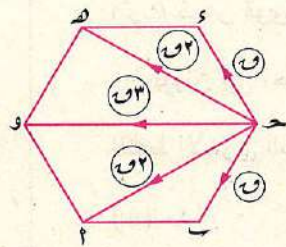
بالشكل المقابل تؤثر في محور الصادات

فإن : $W = \dots\dots\dots$ وحدة قوة.

- (أ) ٢
(ب) ٦
(ج) ٨
(د) ١٤

٨ محصلة القوى في الشكل المقابل

تؤثر في اتجاه



- (أ) $\overrightarrow{ح د}$
(ب) $\overrightarrow{ح ه}$
(ج) $\overrightarrow{ح و}$
(د) $\overrightarrow{ح ز}$

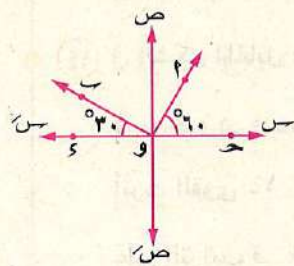
٩ في الشكل المقابل :

أربع قوى مقاديرها ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ نيوتن

وتؤثر في النقطة و في اتجاهات $\overrightarrow{و س}$ ، $\overrightarrow{و ق}$ ، $\overrightarrow{و ب}$ ، و $\overrightarrow{و ص}$

، $W(د و ح) = ٦٠$ ، $W(د ب و ع) = ٣٠$

فإن مقدار واتجاه محصلة القوى يساوي



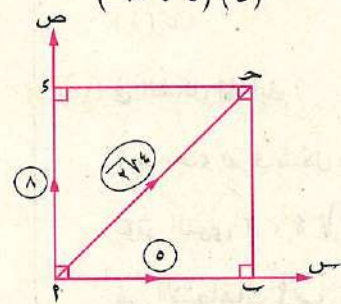
- (أ) (٤ ، ١٨٠) (ب) (٤ ، ٠) (ج) (٣ ، ٠) (د) (٥ ، ٩٠)

١٠ في الشكل المقابل :

٢ ح د مربع أثرت القوى ٥ ، ٨ ، ٤ ، ٤ نيوتن

في الاتجاهات $\overrightarrow{أ ب}$ ، $\overrightarrow{أ ق}$ ، $\overrightarrow{أ د}$ ، $\overrightarrow{أ ه}$ على الترتيب

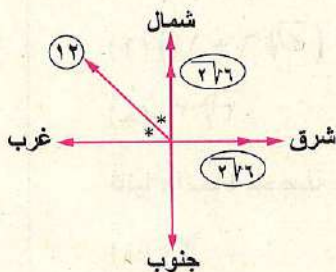
فإن المحصلة في الصورة القطبية هي



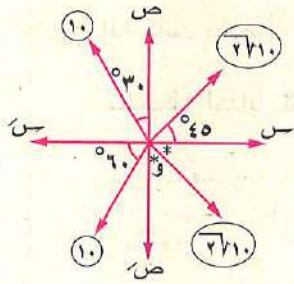
- (أ) (٥ ، ٥٤) (ب) (١٥ ، ٦٠) (ج) (١٥ ، ٥٣٨) (د) (١٣ ، ٩٠)

١١ في الشكل المقابل :

تكون محصلة القوى في اتجاه



- (أ) الجنوب.
(ب) الشرق.
(ج) الغرب.
(د) الشمال.



١٢ في الشكل المقابل :

مقدار محصلة القوى (ع) = نيوتن.

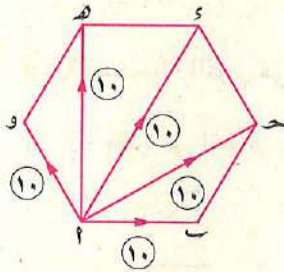
(ب) $2\sqrt{2} \cdot 10$

(أ) 20

(د) صفر

(ج) 10

١٣ في الشكل المقابل :



أثرت خمس قوى متساوية في المقدار ومقدار كل منها

10 نيوتن في أحد رؤوس سداسي منتظم وفي اتجاهات

النقط الأخرى للسداسي فإن مقدار محصلة هذه القوى = نيوتن.

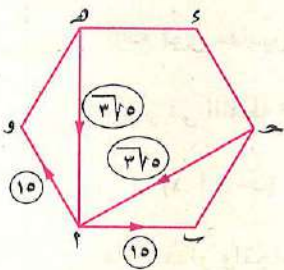
(ب) 20

(أ) 50

(د) $3\sqrt{2} \cdot 10 + 20$

(ج) $3\sqrt{2} \cdot 30$

١٤ في الشكل المقابل :



أ ب ح د ه و سداسي منتظم

أثرت القوى 15 ، $3\sqrt{5}$ ، $3\sqrt{5}$ ، 15 نيوتن

على الترتيب في الاتجاهات أ ب ، ح د ، ه و ، أ و

فإن : مقدار المحصلة ع = نيوتن.

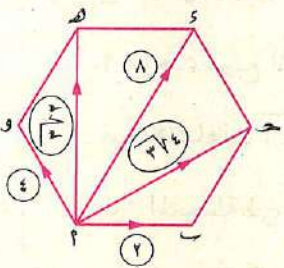
(د) صفر

(ج) 25

(ب) 10

(أ) 5

١٥ في الشكل المقابل :



أ ب ح د ه و شكل سداسي منتظم

تؤثر القوى 4 ، $2\sqrt{3}$ ، 8 ، $2\sqrt{3}$ ، 4 ثقل كجم

في الاتجاهات أ ب ، ح د ، ه و ، أ و على الترتيب

أولاً : مقدار محصلة القوى = ث.كجم.

(ب) 20

(أ) $(3\sqrt{2} \cdot 6 + 14)$

(د) $(3\sqrt{2} + 20)$

(ج) $3\sqrt{2} \cdot 20$

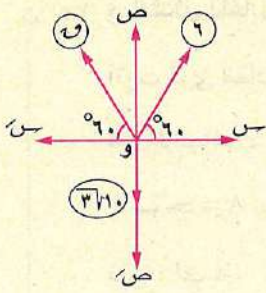
ثانياً : اتجاه محصلة هذه القوى تميل على أ ب بزاوية قياسها

(د) 90°

(ج) 60°

(ب) 45°

(أ) 30°



١٦ إذا كانت محصلة القوى الموضحة بالشكل

تؤثر في محور السينات

فإن : $u = \dots$ نيوتن.

(أ) ١٠

(ب) ١٤

١٧ الشكل المقابل يمثل عدة قوى

متلاقية في نقطة فإن مقدار محصلة

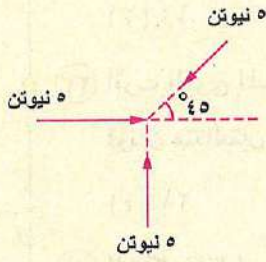
هذه القوى يساوي نيوتن.

(أ) $2\sqrt{10}$

(ب) ٥

(ج) $2\sqrt{5} - ٥$

(د) صفر



١٨ ثلاث قوى مستوية متلاقية في نقطة مقاديرها ٤٠ ، ٣٠ ، ٤٠ نيوتن تؤثر في نقطة الأولى في اتجاه

٦٠° غرب الشمال والثانية في اتجاه الغرب والثالثة في اتجاه ٣٠° شمال الشرق

فإن مقدار المحصلة يساوي نيوتن.

(أ) ٣٠

(ب) ١١٠

(ج) ٦٠

(د) ٥٠

١٩ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل فيه : $AB = ٤$ سم ، $BC = ٣$ سم

أثرت القوى ٤ ، ١٠ ، ٦ نيوتن في \vec{AB} ، \vec{BC} ، \vec{CD} على الترتيب

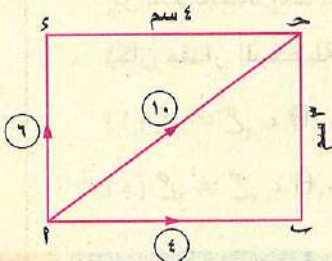
محصلة القوى تصنع مع \vec{AB} زاوية قياسها

(أ) ٤٥°

(ب) ٦٠°

(ج) ٣٠°

(د) $\tan^{-1}(\frac{3}{5})$



٢٠ أ ب ح د شبه منحرف قائم الزاوية عند كل من أ ، د ، وفيه : $AB = ٧$ سم ، $BC = ٤$ سم ، $CD = ٤$ سم ، $AD = ٧$ سم

، $M \in AB$ حيث $AM = ٤$ سم أثرت القوى ٢٥ ، ١٥ ، ٢٥ ث.جم في \vec{BC} ، \vec{CM} ، \vec{AB} على الترتيب وكان معيار محصلة هذه القوى يساوي ٤٥ ث.جم. فإن : $u = \dots$ ث.جم.

(أ) ١٠

(ب) ٥٠

(ج) ٢٠

(د) ٣٠

٢١ أثرت قوى مقاديرها ١٢ ، ١٢ ، $2\sqrt{8}$ ، $2\sqrt{10}$ ، ٤ نيوتن في نقطة مادية في اتجاهات الشرق ،

الشمال ، الشمال الغربي ، الجنوب الغربي ، الجنوب على الترتيب

وكان مقدار محصلة القوى = ٤ نيوتن في اتجاه الشمال فإن : $u - v = \dots$

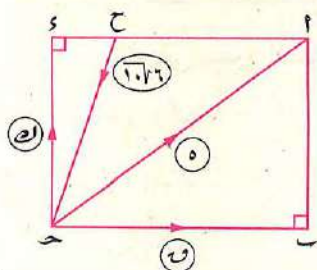
(أ) ٢٤

(ب) ٢٧

(ج) ١٢

(د) ٦

٢٢ في الشكل المقابل :



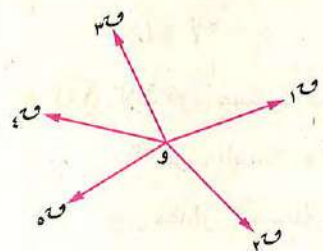
أثرت قوى مقاديرها 6، 6، 6، 6، 10√2 في المستطيل ١-٢-٣-٤ في الاتجاهات $\vec{12}$ ، $\vec{23}$ ، $\vec{34}$ ، $\vec{41}$ ، $\vec{13}$ بحيث $6 = 6$ سم، $6 = 6$ سم، $8 = 6$ سم، فإذا كانت مجموعة القوى متزنة فإن $6 = \dots$ نيوتن.

- (أ) ١٢ (ب) ١٥ (ج) ١٨ (د) ٢٠

٢٣ أثرت القوى المستوية التي مقاديرها 5، 4، 3، 2، 1، 7 ث.كجم في نقطة مادية والزاوية بين كل

قوتين متتاليتين منها 60° إذا كانت المجموعة في حالة اتزان فإن $2 + 1 = \dots$ ث.كجم.

- (أ) 21 (ب) 6 (ج) 9 (د) 15



٢٤ الشكل المقابل يمثل مجموعة من القوى المتلاقية

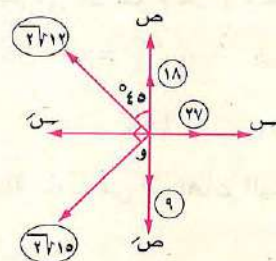
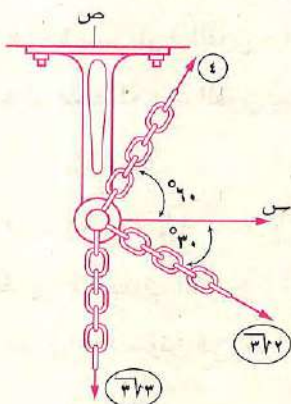
في نقطة (و) قام محمد باتخاذ إحداثيات متعامدة مركزها النقطة (و) والاتجاه الموجب لمحور س ينطبق على $\vec{1}$ فكان مقدار المحصلة \vec{C} وتصنع زاوية قياسها (θ) مع الاتجاه الموجب لمحور س وقام

إبراهيم باتخاذ إحداثيات متعامدة مركزها النقطة (و) والاتجاه الموجب لمحور س ينطبق على القوة $\vec{1}$ فكان مقدار المحصلة \vec{C} وتصنع زاوية قياسها (θ) مع الاتجاه الموجب لمحور س فإن \dots

- (أ) $\vec{C}_1 = \vec{C}_2$ ، $\theta_1 = \theta_2$ (ب) $\vec{C}_1 = \vec{C}_2$ ، $\theta_1 \neq \theta_2$
 (ج) $\vec{C}_1 \neq \vec{C}_2$ ، $\theta_1 = \theta_2$ (د) $\vec{C}_1 \neq \vec{C}_2$ ، $\theta_1 \neq \theta_2$

ثانياً الأسئلة المقالية

١ أوجد مقدار واتجاه محصلة القوى المؤثرة في كل شكل من الشكلين الآتيين (علماً بأن القوى المعطاة مقدرتها بالنيوتن):



٢

ثلاث قوى مستوية مقاديرها ١ ، ٢ ، $3\sqrt{2}$ نيوتن تؤثر في نقطة م واتجاهاتها هي \vec{m} ، \vec{m} ، \vec{m} على الترتيب حيث $\vec{m} = (د م ب) = 60^\circ$ ، $\vec{m} = (د م ح) = 30^\circ$ ، $\vec{m} = (د م ح) = 90^\circ$ أوجد المحصلة.
«٤ نيوتن ، في اتجاه \vec{m} »

٣

أثرت القوى ٨ ، $4\sqrt{2}$ ، $6\sqrt{2}$ ، 14 نيوتن في نقطة مادية وكان قياس الزاوية بين القوتين الأولى والثانية 30° وبين الثانية والثالثة 120° وبين الثالثة والرابعة 90° مرتبة في اتجاه دورى واحد. أوجد محصلة هذه القوى مقداراً واتجاهاً.
«٤ نيوتن ، في اتجاه القوة الرابعة»

٤

تؤثر القوى المستوية التي مقاديرها ٢ ، $3\sqrt{2}$ ، $2\sqrt{2}$ ، $3\sqrt{2}$ نيوتن في نقطة مادية فإذا كان قياس الزاوية بين القوة الأولى والقوة الثانية 45° وبين القوة الثانية والقوة الثالثة 105° وبين القوة الثالثة والقوة الرابعة 120° مأخوذة في اتجاه دورى واحد. أوجد محصلة هذه القوى.
« $13\sqrt{2}$ نيوتن ، 116° مع القوة الثانية»

٥

خمس قوى مستوية ومتلاقية في نقطة مقاديرها ٩ ، ٦ ، $4\sqrt{2}$ ، $5\sqrt{2}$ ، ٥ نيوتن وتعمل في اتجاهات الشرق ، الشمال ، الشمال الغربى ، الجنوب الغربى ، الجنوب على الترتيب. أثبت أن مجموعة القوى متزنة.

٦

ثلاث قوى مستوية مقاديرها ٦٠ ، ٨٨ ، ٦٠ تجم تؤثر في نقطة ، الأولى نحو الشمال والثانية في اتجاه 30° جنوب الغرب والثالثة في اتجاه 30° جنوب الشرق. أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.
«٢٨ تجم ، 20° جنوب الغرب»

٧

أربع قوى مستوية تؤثر في نقطة مادية ، الأولى مقدارها ٤ نيوتن وتؤثر في اتجاه الشرق والثانية مقدارها ٢ نيوتن وتؤثر في اتجاه 30° شرق الشمال والثالثة مقدارها ٥ نيوتن في اتجاه 60° شمال الغرب والرابعة مقدارها $3\sqrt{2}$ نيوتن في اتجاه 60° غرب الجنوب. أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.
«٤ نيوتن ، 120° »

٨

أثرت قوى مقاديرها ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٤ نيوتن في نقطة مادية في اتجاهات موازية لأضلاع مثلث متساوى الأضلاع في ترتيب دورى واحد. أوجد محصلة القوى مقداراً واتجاهاً.
« $3\sqrt{2}$ نيوتن ، عمودية على القوة ٣»

٩

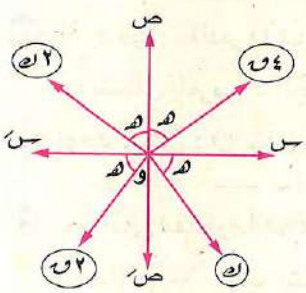
٢ ح مثلث متساوى الأضلاع فيه م هي نقطة تلاقى المتوسطات. أثرت القوى التي مقاديرها ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ نيوتن في نقطة مادية في الاتجاهات \vec{m} ، \vec{m} ، \vec{m} ، أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.
« $3\sqrt{5}$ نيوتن ، 30° مع \vec{m} »

١٠

٢ ح مثلث متساوى الساقين فيه : $\vec{m} = (د ب ح) = 120^\circ$ ، أثرت قوى مقاديرها ٤ ، $6\sqrt{2}$ ، ٤ نيوتن في نقطة أ في اتجاهات \vec{a} ، \vec{b} ، \vec{c} على الترتيب. أوجد محصلة القوى مقداراً واتجاهاً.
« $10\sqrt{2}$ نيوتن في اتجاه \vec{b} »

٢٨ تؤثر القوى المستوية التي مقاديرها $3\sqrt{2}$ ، $3\sqrt{2}$ ، $2\sqrt{3}$ ، 3 نيوتن في نقطة مادية بحيث كانت القوة الأولى تعمل في اتجاه الشرق وقياس الزاوية بين القوة الأولى والقوة الثانية 45° وبين القوة الثانية والقوة الثالثة 105° وبين القوة الثالثة والقوة الرابعة 120° فإذا كان مقدار محصلة هذه القوى يساوي $2\sqrt{3}$ نيوتن. فأوجد قيمة 3 ، قياس الزاوية بين خط عمل المحصلة وخط عمل القوة الأولى. «٣ نيوتن ، 45° »

٢٩ أ ب ح د ه و سداسي منتظم. أثرت قوى مقاديرها 4 ، $3\sqrt{2}$ ، $3\sqrt{2}$ ، $3\sqrt{2}$ ، $3\sqrt{2}$ ، $3\sqrt{2}$ في اتجاهات أ ب ، ب ج ، ج د ، د ه ، ه و ، و أ على الترتيب فإذا كان مقدار محصلة المجموعة يساوي 20 ث.كجم في اتجاه د ه أوجد قيمتي 3 ، 4 . «١٠ ، ٤ ث.كجم»



٣٠ الشكل المقابل يبين أربع قوى مستوية متلاقية في نقطة الأصل «و» في الاتجاهات الموضحة. حيث : $\frac{4}{5} = \frac{3}{5}$ وأن محصلة هذه القوى مقدارها $8\sqrt{2}$ نيوتن وتصنع زاوية قياسها 135° مع $\vec{و}$ أوجد قيمتي 3 ، 4 .

«٣ ، ١٤ نيوتن»

٣١ إذا كانت : $\vec{و} = \vec{3} + \vec{5}$ ، $\vec{و} = \vec{4} + \vec{6}$ ، $\vec{و} = -\vec{14} + \vec{س} + \vec{ص}$ ثلاث قوى مستوية ومتلاقية في نقطة وكانت المحصلة $\vec{ح} = (\frac{2}{4}\pi, 2\sqrt{10})$ أوجد قيمتي 4 ، 3 . «١ ، ١»

الدرجة

١٠

١ اختبار

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) أثرت قوتان مقدارهما ٨ ، ١٦ ث.كجم وقياس الزاوية بينهما 120° على جسم ساكن فحركته فإن الجسم يتحرك فى اتجاه يصنع زاوية قياسها مع القوة الصغرى.

(أ) 30° (ب) 90° (ج) 60° (د) 45°

(٢) قوتان متساويتان فى المقدار متلاقيتان فى نقطة بينهما زاوية قياسها 120° ومقدار كل منهما ٦ نيوتن فإن مقدار محصلتهما = نيوتن.

(أ) ١٢ (ب) $3\sqrt{6}$ (ج) ٦ (د) $12\sqrt{3}$

(٣) قوتان مقدارهما u ، ٤ نيوتن حيث $u < ٤$ وكانت أصغر وأكبر قيمة لمحصلتها ٥ ، ٩ نيوتن على الترتيب فإن : $٥ - u - ٢ = ٤$ = نيوتن.

(أ) ٥٣ (ب) ٣١ (ج) ٤٩ (د) ٤

(٤) وضع جسم وزنه ٢٠ نيوتن على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° ، فإن مركبة الوزن فى اتجاه عمودى على المستوى = نيوتن.

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (ج) $2\sqrt{10}$ (د) $3\sqrt{10}$

(٥) أثرت القوى ٨ ، ٤ ، $3\sqrt{6}$ ، $3\sqrt{6}$ ، ١٤ نيوتن فى نقطة مادية وكان قياس الزاوية بين القوتين الأولى والثانية 30° وبين الثانية والثالثة 120° وبين الثالثة والرابعة 90° مرتبة فى اتجاه دورى واحد فإن مقدار محصلة القوى =

(أ) ٤ (ب) ٦ (ج) ٨ (د) ٧

(٦) قوتان مقدارهما ٣ ، ٥ نيوتن وقياس الزاوية بينهما $\frac{\pi}{3}$ إذا كانت محصلتهما عمودية على القوة الأولى فإن : $٥ =$ نيوتن.

(أ) ١,٥ (ب) ٣ (ج) $2\sqrt{7}$ (د) ٦

أجب عن الأسئلة الآتية :

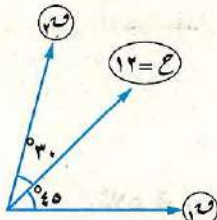
- (١) قوة مقدارها ١٨ نيوتن تعمل فى اتجاه الجنوب.
أوجد مركبتها فى اتجاهى 60° شرق الجنوب ، 30° غرب الجنوب. (دجناه)
- (٢) ثلاث قوى مستوية مقاديرها ١ ، ٢ ، $3\sqrt{2}$ نيوتن تؤثر فى نقطة م واتجاهاتها هى 45° ، 45° ، 90° ح على الترتيب حيث $45^\circ = (م ب)$ ، $30^\circ = (د م ح)$ ، $90^\circ = (د م ح)$ أوجد المحصلة. (دجناه)

الدرجة
١٠

اختبار ٢

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- (١) قوتان ٦ ، ٨ نيوتن ومحصلتهما ١٠ نيوتن يكون قياس الزاوية بين اتجاهيهما =
(١) ٦٠ (ب) ٩٠ (ج) ١٢٠ (د) ١٥٠
- (٢) قوتان متلاقيتان فى نقطة مقدارهما ٧ ، ٥ نيوتن والمحصلة تنصف الزاوية بينهما فإن $(١ - ٥) =$
(١) ٨ نيوتن. (ب) ٧ نيوتن. (ج) ٦ نيوتن. (د) ٥ نيوتن.



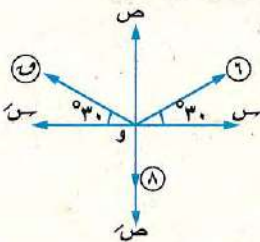
- (١) ١٢ منّا 70°
(ب) ١٢ منّا 45°
(ج) ٦ منّا 45°
(د) ٦ منّا 70°

(٣) فى الشكل المقابل :

إذا حللنا القوة \vec{C} إلى المركبتين \vec{C}_1 ، \vec{C}_2 فإن : $\vec{C} =$ نيوتن.

- (١) ١٢ منّا 70°
(ج) ٦ منّا 45°

(٤) فى الشكل المقابل :



إذا كانت محصلة القوى المبينة تؤثر فى محور الصادات فإن : $\vec{C} =$ نيوتن.

- (١) ٢ (ب) ٦ (ج) ٨ (د) ١٤

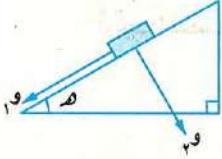
(٥) قوتان مقدارهما ٥ نيوتن ، ١٠ نيوتن ومحصلتهما عمودية على القوة الصغرى

وقياس الزاوية بينهما = U ، ومقدار محصلتهما = E فإن :

(أ) $U = 60^\circ$ ، $E = 10\sqrt{3}$ نيوتن. (ب) $U = 120^\circ$ ، $E = 10\sqrt{3}$ نيوتن.

(ج) $U = 60^\circ$ ، $E = 5\sqrt{3}$ نيوتن. (د) $U = 120^\circ$ ، $E = 5\sqrt{3}$ نيوتن.

(٦) في الشكل المقابل :



جسم وزنه ٢٦٠ ث.جم ، طامه = $\frac{5}{13}$ ، U ، W هما

مقدارا مركبتا الوزن في اتجاه المستوى المائل لأسفل

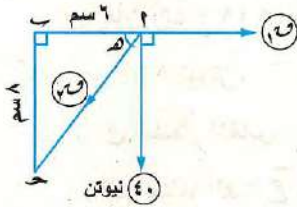
واتجاه العمودى عليه فإن

(أ) $U = 120^\circ$ ، $W = 50$ ث.جم ، $W = 260$ ث.جم ، $U = 65$ ث.جم

(ب) $U = 120^\circ$ ، $W = 50$ ث.جم ، $W = 260$ ث.جم ، $U = 70$ ث.جم

(ج) $U = 120^\circ$ ، $W = 50$ ث.جم ، $W = 260$ ث.جم ، $U = 70$ ث.جم

٢ أجب عن الأسئلة الآتية :



(١) حلت القوة التي مقدارها ٤٠ نيوتن إلى مركبتين

U ، W كما هو موضح بالرسم.

أوجد مقدارى المركبتين U ، W

(درجاته)

(٢) ثلاث قوى مقاديرها ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ نيوتن تؤثر في نقطة مادية الأولى نحو الشرق ،

والثانية تصنع زاوية 30° غرب الشمال ، والثالثة تصنع 60° جنوب الغرب.

(درجاته)

أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.

اجابات اختبارات شهر اكتوبر

اختبار ١

- ١ (ب) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (ب)
٤ (د) ٥ (ا) ٦ (د)

٢

- ١ :: المركبتان متعامدتان
٢ :: $18 = 90^\circ$
٣ :: $9 = 90^\circ$
٤ :: $18 = 90^\circ$
٥ :: $3\sqrt{2} = 90^\circ$

٢ نعتبر \vec{c} هو

اتجاه القوة الاولى

٢ :: $1 \times 1 = 0^\circ$

$90^\circ \times 3\sqrt{2} + 60^\circ \times 2 = 0^\circ$

$2 = 0^\circ \times 3\sqrt{2} + \frac{1}{2} \times 2 + 1 = 0^\circ$

$90^\circ \times 3\sqrt{2} + 60^\circ \times 2 + 0^\circ \times 1 = 0^\circ$

$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 + 0^\circ \times 1 = 0^\circ$

$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 + 0^\circ \times 1 = 0^\circ$

$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 + 0^\circ \times 1 = 0^\circ$

$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 + 0^\circ \times 1 = 0^\circ$

$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 + 0^\circ \times 1 = 0^\circ$

$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 + 0^\circ \times 1 = 0^\circ$

$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 + 0^\circ \times 1 = 0^\circ$

$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 + 0^\circ \times 1 = 0^\circ$

$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 + 0^\circ \times 1 = 0^\circ$

$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 + 0^\circ \times 1 = 0^\circ$

$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 + 0^\circ \times 1 = 0^\circ$

$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 + 0^\circ \times 1 = 0^\circ$

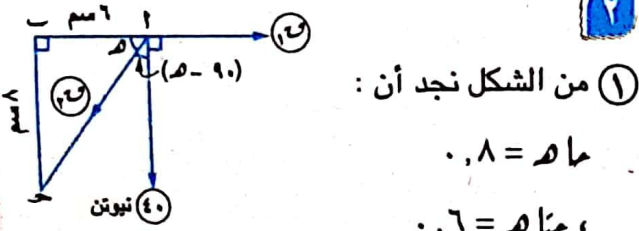
$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 + 0^\circ \times 1 = 0^\circ$

$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 + 0^\circ \times 1 = 0^\circ$

اختبار ٢

- ١ (ب) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د)
٤ (ب) ٥ (د) ٦ (د)

٢



١ من الشكل نجد أن :

$$c = 0.8$$

$$c = 0.6$$

$$c = \frac{4 \times 4 \times \sin(90^\circ)}{4 \times 4} = 1$$

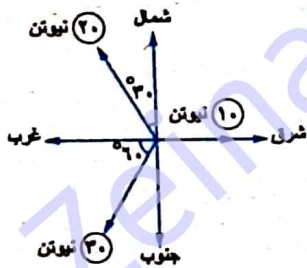
$$20 = \frac{0.6 \times 40}{0.8}$$

$$c = \frac{1 \times 40}{0.8} = \frac{40}{0.8} = 50$$

$$50 = 20 + 10 = 30$$

$$2 = 10 + 20 = 30$$

$$10 = 24 - 10 = 14$$



$$c = 24 + 12 + 10 = 46$$

$$3\sqrt{2} = 46$$

$$c = 46 - 10 = 36$$

$$c = \sqrt{70 + 220} = 17$$

$$c = \frac{3\sqrt{2} - 10}{17} = \frac{3\sqrt{2} - 10}{17}$$

$$c = \frac{3\sqrt{2} - 10}{17}$$

$$c = 21 = 20 + 18 = 38$$

السؤال الأول

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١٠ درجات

١ القيمة العظمى لمحصلة قوتين ٦ ٦ ٨ نيوتن تساوي نيوتن

- أ ٦ ب ٢ ج ١٤ د ٤٨

٢ قوتان متساويتان مقدار كل منهما ٧ ث.كجم وتحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠°

فإن مقدار محصلتهما تساوي ث.كجم

- أ ٧ ب ١٢ ج ١٣ د ١٤

٣ إذا كانت القوي $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ ، $\vec{b} = 4\vec{i} + 8\vec{j}$ ، $\vec{c} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ ، محصلتهما $\vec{a} + \vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j}$

فإن: (أ ، ب) =

- أ (٣ - ٤) ب (٢ - ٤) ج (٢ - ٤) د (٣ - ٤)

٤ قوتان مقدارهما ٣ ٦ نيوتن متلاقيتان في نقطة فإذا كانت محصلتهما عمودية على القوة الأولى

فإن قياس الزاوية بينهما =

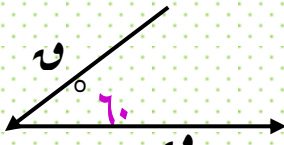
- أ ٠° ب ٣٠° ج ٦٠° د ١٢٠°

٥ قوة مقدارها ٤ $\sqrt{2}$ نيوتن تعمل في اتجاه الشرق تم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين فإن مركبتها

في اتجاه الشمال الشرقي تساوي نيوتن

- أ صفر ب ٤ ج ٢ $\sqrt{2}$ د ٦

٦ في الشكل المقابل:



مقدار المحصلة =

- أ $\frac{1}{2}u$ ب u ج $3\sqrt{2}u$ د $5\sqrt{2}u$

اجب عما يأتي :-

السؤال الثاني

١ قوتان مقدارهما ٨ ، ٦ نيوتن تؤثران في نقطة

مادية وقياس الزاوية بينهما ٦٠° أوجد مقدار

محصلتهما وقياس ميل المحصلة مع القوة الأولى

٢ أربعة قوي مقاديرها: ١٦ ، ٤ ، ٨ ، ١١ نيوتن تؤثر في

نقطة مادية في اتجاهات ٦٠° شمال الشرق ، الجنوب

الغربي ، الجنوب علي الترتيب أوجد المحصلة مقداراً

واتجاهها

القوى

تعريف القوة :- هى تأثير أحد الاجسام الطبيعية على جسم طبيعى آخر

أنواع القوى :-

(٢) قوى ضغط

(١) قوى شد

(٤) قوة رد فعل

(٣) قوة وزن

خواص القوة :-

يتوقف تأثير القوة على

٣- نقطة تأثير القوة

٢- اتجاه القوة

١- مقدار القوة

أولا مقدار القوة

هو مقدار ما تحتوية من وحدات القوة و اهم هذه الوحدات .

أولا : الوحدات التثاقلية : ١ ث كجم = ١٠٠٠ ث جم = ١٠ ث جم

ثانيا : الوحدات المطلقة : ١ نيوتن = ١٠٠٠٠٠ دايين = ١٠ ° دايين

ثالثا : ترتبط الوحدات التثاقلية بالوحدات المطلقة بالعلاقة :

١ ث كجم = ٩.٨ نيوتن ، ١ ث جم = ٩٨٠ دايين [مالم يذكر خلاف ذلك]

ثانيا اتجاه القوة :-

هو إتجاه المتجه الذى تمثله هذه القوة يتحدد بقياس الزاوية القطبية لمتجه القوة .

الزاوية القطبية : هى الزاوية التى يصنعها خط عمل القوة مع الاتجاه الموجب لمحور

السينات (هـ) و هى دائما فى عكس عقاب الساعة (اى دائما موجبة)

ثالثا نقطة التأثير وخط عملها :-

لكل قوة نقطة تؤثر فيها وخط عمل تعمل فيه

قاعدة أتران جسم تحت تأثير قوتين

لكى يتزن جسم تحت تأثير قوتين يجب أن تكونان متساويتان فى المقدار ومتضادتان

فى الاتجاه [وبالتالي تكون محصلة القوتين = صفر]

محصلة قوتين

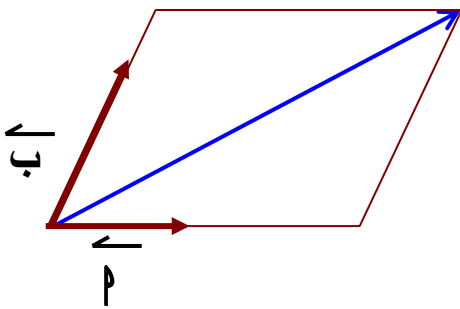
تعريف المحصلة:-

هى القوة التى تحدث نفس التأثير الذى تحدثه عدة قوى على الجسم

تعيين المحصلة :-

لتعيين المحصلة تعيينا تأما يجب تعيين مقدارها وأتجاهها وتوجد طريقتان

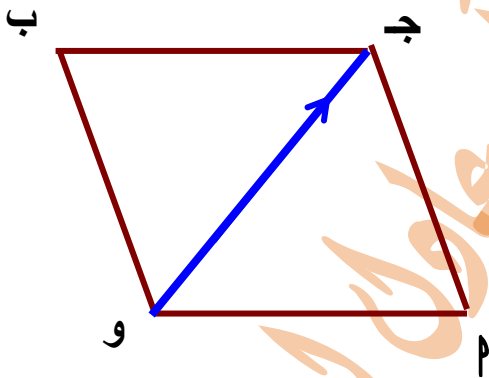
(١) الطريقة البيانية :-



إذا أمكن تمثيل قوتان بضلعين متجاورين من أضلاع متوازي أضلاع خارجين من نقطة واحدة تمثيلا تأما فان محصلتهما تمثل مقدارا وأتجاهها بقطر متوازي الاضلاع الخارج من نفس النقطة

مثال : قوتان مقدارهما ٣٠ ، ٤٠ ث جم تؤثران فى نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما ١١٠ ° أوجد بيانيا المحصلة والزاوية بين المحصلة والقوة الاول

الحل



بعمل مقياس رسم اسم لكل ١٠ ث جم

و $P = 3$ سم ، و $Q = 4$ سم

و $(\angle P و Q) = 110$

نكمل متوازي الاضلاع وبالقياس بالمسطرة نجد

أن $R = 4,2$ سم

$\therefore C = 10 \times 4,2 = 42$ ث جم

و $(\angle H) = 66$ °

تعيين محصلة قوتين جبريا (بالقانون)

إذا كانت u و v تؤثران فى جسم الزاوية بين خطى

عملهما u فان محصلتهما تتعين من القانونين

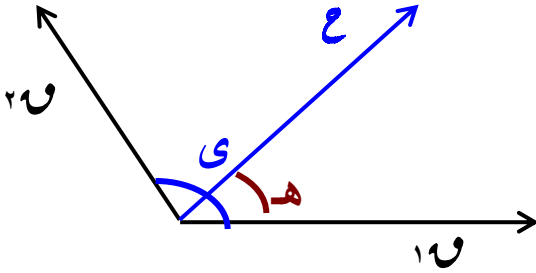
تتعين المحصلة من القانون

$$* \quad c^2 = u^2 + v^2 + 2uv \cos \theta$$

ويتعين اتجاه المحصلة من القانون

$$* \quad \sin \theta = \frac{v \sin \alpha}{u + v \cos \alpha}$$

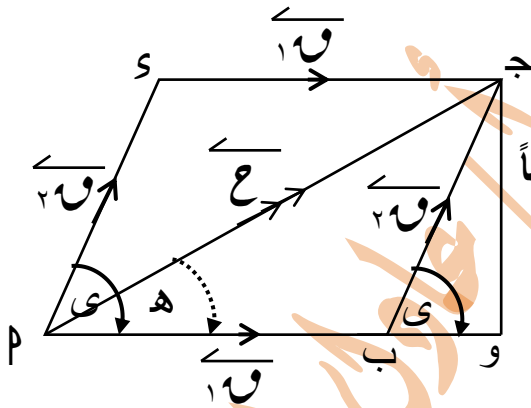
حيث θ الزاوية بين المحصلة والقوة الاولى



[٢] الطريقة البيانية :

إذا أثرت قوتان متلاقيتان فى نقطة و مثلثهما تمثيلا تاماً ضلعان متجاوران من متوازي الأضلاع يبدأن من هذه النقطة فإن محصلتهما يمثلها تمثيلا تاما قطر متوازي الاضلاع الذى يبدأ من هذه النقطة .

فى الشكل المقابل :



إذا كان AB ، AC تمثلان u ، v تمثيلا تاماً (مقداراً واتجاهاً و خط عمل) فإن :

$$c = u + v = (u, v)$$

c = مقدار المحصلة ، θ هى الزاوية التى تصنعها

المحصلة مع u

بتطبيق قاعدة متوازي الاضلاع لجمع متجهين حيث θ هى الزاوية الموجبة التى يصنعها

c مع الاتجاه الموجب لمحور السينات (اتجاه u)

مثال : قوتان مقدارهما $3\sqrt{8}$ ، 8 نيوتن تؤثران فى نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها 150° أوجد مقدار محصلتهما وقياس الزاوية التى تصنعها مع القوة الاولى

الحل

$$c^2 = 1^2 + 2^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos 150^\circ$$

$$c^2 = 1^2 + (3\sqrt{8})^2 + 2(1)(3\sqrt{8}) \cos 150^\circ$$

$$c^2 = 64 = \sqrt{64} = c = 8 \text{ نيوتن}$$

$$\cos \theta = \frac{1^2 + 8^2 - (3\sqrt{8})^2}{2 \cdot 1 \cdot 8} = \frac{1 + 64 - 72}{16} = \frac{-7}{16}$$

$$\cos \theta = -\frac{7}{16} \Rightarrow \theta = 150^\circ$$

∴ المحصلة 8 نيوتن وتصنع زاوية قياسها 30° مع القوة الاولى

مثال : قوتان مقدارهما 5 ، $2\sqrt{5}$ نيوتن تؤثران فى قوة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها 45° أوجد مقدار محصلتهما وقياس الزاوية التى تصنعها مع القوة الاولى

الحل

$$c^2 = 1^2 + 2^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos 45^\circ$$

$$c^2 = 1^2 + (2\sqrt{5})^2 + 2(1)(2\sqrt{5}) \cos 45^\circ$$

$$c^2 = 125 = \sqrt{125} = c = 11.18 \text{ نيوتن}$$

$$\cos \theta = \frac{1^2 + 5^2 - (2\sqrt{5})^2}{2 \cdot 1 \cdot 5} = \frac{1 + 25 - 20}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \theta = \frac{3}{5} \Rightarrow \theta = 53.13^\circ$$

∴ المحصلة 11.18 نيوتن وتصنع زاوية قياسها 53.13° مع القوة الاولى

مثال : قوتان مقدارهما ١٠ ، $\sqrt{3}$ نيوتن تؤثران فى قوة مادية فإذا كان مقدار محصلتهما ١٠ نيوتن فأوجد قياس الزاوية بين القوتين

الحل

$$c^2 = 10^2 + (\sqrt{3})^2 + 2 \times 10 \times \sqrt{3} \times \cos \theta$$

$$100 = 100 + 3 + 20\sqrt{3} \cos \theta$$

$$0 = 3 + 20\sqrt{3} \cos \theta$$

$$-3 = 20\sqrt{3} \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{-3}{20\sqrt{3}}$$

$$\cos \theta = \frac{-\sqrt{3}}{20}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{-\sqrt{3}}{20} \right) = 90^\circ$$

مثال : قوتان مقدارهما ٢٠ ، ١٠ ث كجم تؤثران فى نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما 120° عين محصلتهما تعيينا تاما

الحل

$$c^2 = 20^2 + 10^2 + 2 \times 20 \times 10 \times \cos 120^\circ$$

$$c^2 = 400 + 100 + 400 \times (-\frac{1}{2})$$

$$c^2 = 400 + 100 - 200 = 300$$

$$c = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$$

$$\cos \theta = \frac{20^2 + 10^2 - (10\sqrt{3})^2}{2 \times 20 \times 10} = \frac{400 + 100 - 300}{400} = \frac{200}{400} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) = 60^\circ$$

∴ المحصلة $\sqrt{3}$ وتصنع زاوية قياسها 30° مع القوة الاولى

مثال : قوتان مقدارهما ٣ ، ٤ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية وكان مقدار المحصلة يساوى ٥ نيوتن فأوجد قياس الزاوية بين القوتين

الحل

إعداد / عادل إدوار

$$\begin{aligned} \text{ع} &= \sqrt{10} + \sqrt{20} + 2 + 10 \text{ جتاى} \\ (\sqrt{2}) &= \sqrt{2} + \sqrt{30} + 2 + 10 \times \sqrt{30} \text{ جتاى} \\ \sqrt{2} &= \sqrt{2} + 3 + 10 \times 2 + 10 \text{ جتاى} \\ \sqrt{2} &= \sqrt{2} + 20 + 10 \times 2 \text{ جتاى} \\ \sqrt{2} &= 20 + 10 \text{ جتاى} \\ \therefore \text{جتاى} &= 0 \quad \therefore (\Delta \text{ ي}) = 90^\circ \end{aligned}$$

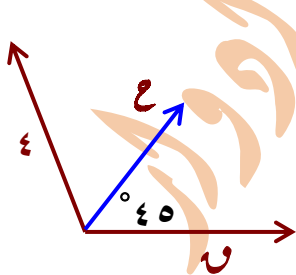
مثال: أوجد مقدار واتجاه محصلة القوتين و_١ ، و_٢ إذا كانت و_١ = ٧٥٠ نيوتن ، و_٢ = ٥٠٠ نيوتن وكانت الزاوية بينهما ٦٠°

الحل

$$\begin{aligned} \text{ع} &= \sqrt{10} + \sqrt{20} + 2 + 10 \text{ جتاى} \\ &= \sqrt{750} + \sqrt{500} + 2 + 10 \times 500 \text{ جتاى} \\ &= 1187500 = \sqrt{1187500} = 1089,72 \\ \text{ظاهر} &= \frac{10 \text{ جتاى}}{10 + 10 \text{ جتاى}} = \frac{500 \text{ جا } 60}{500 + 750} = \frac{\sqrt{30} \times 250}{1000} \\ \therefore (\Delta \text{ ه}) &= 23^\circ / 24^\circ \end{aligned}$$

مثال: قوتان مقدارهما ٤ ، و نيوتن تؤثران فى نقطة مادية الزاوية بينهما ١٣٥° إذا كان اتجاه محصلتهما يميل بزاوية ٤٥° على القوة ق أوجد قيمة و

الحل



$$\begin{aligned} \text{و} &= 10 \quad \text{،} \quad \text{ع} = 4 \\ \therefore \text{ظاهر} &= \frac{10 \text{ جتاى}}{10 + 10 \text{ جتاى}} \\ \text{ظاهر} &= \frac{4 \text{ جا } 135}{4 + 10 \text{ جتا } 135} \\ 1 &= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \times 4}{\frac{1}{\sqrt{2}} \times 4 + 10} \\ \therefore \frac{4}{\sqrt{2}} &= \frac{4}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = 10 \end{aligned}$$

متمدى توجبه الرياضيات

مثال : قوتان أحدهما ضعف الاخرى فى المقدار ولهما محصلة . ما فإذا ضعف مقدار القوة الكبرى وزيد مقدار القوة الصغرى بمقدار ٤ ث جم فان محصلتهما تظل فى نفس الاتجاه

الحل

أولاً: نفرض القوتان: ٢ و ٤ ، ٢ و ٤ ، ٤ و ٤ ، ٤ و ٤

$$\frac{٢ \text{ و } ٤ \text{ جاي}}{٢ + ٤ \text{ و } ٤ \text{ جاي}} = \text{ظاهر}_١$$

$$\frac{٤ \text{ و } ٤ \text{ جاي}}{٤ + (٤ + ٤) \text{ و } ٤ \text{ جاي}} = \text{ظاهر}_٢$$

وحيث الاتجاه ثابت فى الحالتين :. ظاهر_١ = ظاهر_٢

$$\therefore \frac{٢ \text{ و } ٤ \text{ جاي}}{٢ + ٤ \text{ و } ٤ \text{ جاي}} = \frac{٤ \text{ و } ٤ \text{ جاي}}{٤ + (٤ + ٤) \text{ و } ٤ \text{ جاي}}$$

$$\Leftarrow ٢ + ٤ + ٤ \text{ و } ٤ \text{ جاي} = ٤ + ٤ + ٤ \text{ و } ٤ \text{ جاي}$$

$$\Leftarrow ٢ + ٤ = ٤ \text{ و } ٤ \text{ جاي} \quad \therefore ٤ = ٤ \text{ و } ٤ \text{ جاي} \quad \therefore \text{القوتان هما } ٤ ، ٨$$

مثال : قوتان مقدارهما ٧ ، ١٤ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية ومحصلتهما عمودية على القوة الاولى أوجد قياس الزاوية بين القوتين ومقدار محصلتهما

الحل

$$\text{ظا} = ٩ = \frac{١٤ \text{ جاي}}{١٤ + ٧ \text{ جاي}} = \frac{١}{٢} \Leftarrow ١٤ + ٧ \text{ جاي} = ٢٨$$

$$١٤ \text{ جاي} = ٧$$

$$\Leftarrow \text{جاي} = \frac{٧}{١٤} = \frac{١}{٢} \therefore \text{و } (\angle \gamma) = ١٢٠^\circ$$

$$ع^٢ = ١٤^٢ + ٧^٢ = ١٩٦ + ٤٩ = ٢٤٥ \text{ جاي}$$

$$ع^٢ = ١٤^٢ + ٧^٢ = ١٩٦ + ٤٩ = ٢٤٥ \text{ جاي}$$

$$ع^٢ = ١٩٦ + ٤٩ = ٢٤٥ \text{ جاي}$$

$$\therefore ع = \sqrt{٢٤٥} = \sqrt{٣ \times ٤٩} = ٧\sqrt{٣}$$

مثال : قوتان متلاقيتان فى نقطة مقدارهما ٦ ، و نيوتن وقياس الزاوية بينهما ١٢٠° فإذا كان خط عمل محصلتهما عموديا على القوة الاولى أوجد قيمة و

الحل

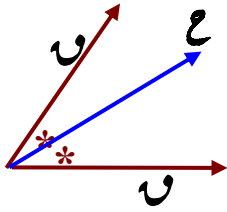
$$\frac{1}{\cdot} = \frac{١٢٠ \text{ جاى } \theta}{١٢٠ \text{ جتا } \theta + ٦} = ٩٠ \text{ ظاه} \quad \frac{٢\theta \text{ جاى}}{١\theta + ٢\theta \text{ جتاى}} = ٩٠ \text{ ظاه}$$

$$\leftarrow ٠ = ١٢٠ \text{ جتا } \theta + ٦ \quad \leftarrow ٠ = ١٢٠ \text{ جتا } \theta + ٦$$

$$\leftarrow ٦ = \frac{١}{٢} \times \theta \quad \leftarrow ٦ = ٢ \times ٦ = ١٢ \text{ نيوتن}$$

حالات خاصة

(١) إذا كانت القوتان متساويتان فى المقدار

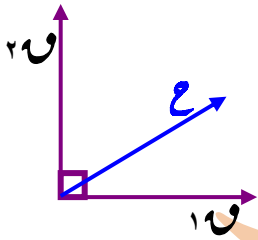


(وخط عملهما ليس على استقامة واحدة)

$$ع = ٢ \text{ و جتا } \frac{ع}{٢}$$

والمحصلة تنصف الزاوية بين القوتين أى أن ه = $\frac{ع}{٢}$

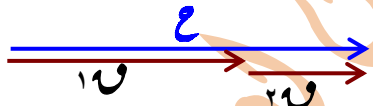
(٢) إذا كانت القوتان متعامدتان فان



$$ع = \sqrt{١\theta^2 + ٢\theta^2} \quad \leftarrow ع = \sqrt{١\theta^2 + ٢\theta^2}$$

$$\frac{٢\theta}{١\theta} = \text{ظاه}$$

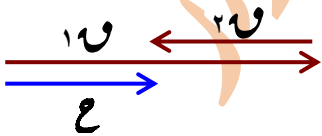
(٣) إذا كانت القوتان لهما نفس الاتجاه



$$ع = ١\theta + ٢\theta$$

وأتجاه المحصلة فى نفس اتجاه القوتين (المحصلة نهاية عظمى)

(٤) إذا كانت القوتان متضادتان فى الاتجاه



$$ع = |١\theta - ٢\theta|$$

وأتجاه المحصلة فى نفس اتجاه القوة الكبرى (المحصلة نهاية صغرى)

مثال : قوتان متعامدتان مقدارهما ٣٠ ، ٤٠ ث جم عين محصلتهما تعيينا تماما

الحل

$$\therefore \text{القوتان متعامدتان} \therefore C^2 = C_1^2 + C_2^2$$

$$\therefore C^2 = 900 + 1600 = 2500 = (30)^2 + (40)^2$$

$$\therefore C = \sqrt{2500} = 50 \text{ ث جم}$$

$$\text{ظاه} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3} = \frac{20\sqrt{3}}{30\sqrt{3}} \therefore \theta = 36.87^\circ$$

مثال : قوتان مقدارهما ١٠ ، ٢٠ ث جم تؤثران فى نقطة مادية خط عملهما على

أستقامة واحدة أوجد محصلتهما إذا كانت

(١) القوتان لهما نفس الاتجاه (٢) القوتان متضادتان فى الاتجاه

الحل

$$(١) \text{ إذا كانت القوتان لهما نفس الاتجاه} \therefore C = 10 + 20 = 30$$

وأتجاه المحصلة فى نفس أتجاه القوتين

$$(٢) \text{ إذا كانت القوتان متضادتان فى الاتجاه} \therefore C = |20 - 10| = 10$$

وأتجاه المحصلة فى أتجاه القوة ٢٠

مثال : قوتان مقدارهما ١٥ ، ١٠ تؤثران فى نقطة مادية وخط عملهما على أستقامة

واحدة أوجد (١) النهاية العظمى للمحصلة وأتجاهها

(٢) النهاية الصغرى للمحصلة وأتجاهها

الحل

$$\text{النهاية العظمى للمحصلة} \therefore C = 10 + 15 = 25 \text{ ث جم}$$

وأتجاه المحصلة فى نفس أتجاه القوتين

$$\text{النهاية الصغرى للمحصلة} \therefore C = |15 - 10| = 5 \text{ ث جم}$$

وأتجاه المحصلة فى نفس أتجاه القوة ١٥

مثال : قوتان ١٠ ، ١٠ ث جم تؤثران فى نقطة مادية والزاوية بين خطى عملهما ١٢٠° أوجد مقدار محصلتهما وحدد اتجاهها

الحل

∴ القوتان متساويتان ∴ $C = 2$ و $\cos 120^\circ = \frac{C}{2} \Rightarrow 2 \times \frac{1}{2} = 2 \times \cos 120^\circ = 2 \times (-\frac{1}{2}) = -1$
 ∴ $C = 10 = 10$ ث جم واتجاه المحصلة ينصف الزاوية بين القوتين

مثال : ثلاث قوى مقاديرها ٥ ، ١٠ ، $10\sqrt{2}$ نيوتن تؤثر فى نقطة مادية والزاوية بين القوة الاولى والثانية ٦٠° أوجد القيمتين العظمى والصغرى لمحصلة القوتين

الحل

أولاً: نوجد محصلة القوتين ٥ ، ١٠

$$C^2 = 5^2 + 10^2 + 2 \times 5 \times 10 \cos 60^\circ = 25 + 100 + 50 = 175$$

$$\therefore C = \sqrt{175} = 13.23 \text{ نيوطن}$$

ثانياً: نوجد محصلة القوتين $10\sqrt{2}$ ، $10\sqrt{2}$

$$C^2 = (10\sqrt{2})^2 + (10\sqrt{2})^2 + 2 \times 10\sqrt{2} \times 10\sqrt{2} \cos 60^\circ = 200 + 200 + 400 = 800$$

$$C = \sqrt{800} = 28.28 \text{ نيوطن}$$

مثال : قوتان ٥ ، $2\sqrt{5}$ و تؤثران فى نقطة مادية ومقدار محصلتهما $61\sqrt{2}$ و قياس الزاوية بينهما ٤٥° أوجد قيمة و

الحل

$$C^2 = 5^2 + (2\sqrt{5})^2 + 2 \times 5 \times 2\sqrt{5} \cos \theta = 25 + 20 + 20\sqrt{5} \cos \theta = 45 + 20\sqrt{5} \cos \theta$$

$$61\sqrt{2} = \sqrt{45 + 20\sqrt{5} \cos \theta} \Rightarrow 61^2 \times 2 = 45 + 20\sqrt{5} \cos \theta$$

$$7442 = 45 + 20\sqrt{5} \cos \theta \Rightarrow 7397 = 20\sqrt{5} \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{7397}{20\sqrt{5}} = \frac{7397}{44.72} = 165.4$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{244}{61} = \frac{4}{1} \Rightarrow \theta = 0^\circ$$

مثال : قوتان متلاقيتان فى نقطة مقدارهما ٣ و ٢ ، والزاوية بينهما ٦٠ ° فإذا علم أن مقدار محصلتهما $\sqrt{19}$ أوجد قيمة :

الحل

$$\therefore C^2 = 3^2 + 2^2 + 2 \times 3 \times \cos 60^\circ$$

$$19 = 9 + 4 + 12 \times \cos 60^\circ$$

$$76 = 12 + 13 = \frac{1}{4} \times 12 + 13 = 6 + 13 = 19$$

$$\leftarrow 19 = 76 \quad \therefore 2 = 4 \quad \therefore 2 = 2$$

مثال : قوتان و $\sqrt{2}$ و تؤثران فى نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية ظلها = ١ - ومقدار محصلتهما = ٤ نيوتن أوجد

(١) معيار و (٢) زاوية ميل المحصلة على القوة الاولى

الحل

$$\therefore \text{ظاى} = 1 - \quad \therefore (\Delta \text{ حـ}) = 135^\circ$$

$$\therefore C^2 = 2^2 + 2^2 + 2 \times 2 \times \cos 135^\circ$$

$$\leftarrow 16 = 4 + 4 - 4 = 4 \quad \therefore 4 = 4 \quad \therefore \text{ظاه} = 90^\circ$$

$$\leftarrow 16 = 3^2 - 2^2 \quad \therefore 16 = 16 \quad \therefore 4 = 4 \quad \therefore \text{ظاه} = 90^\circ$$

$$\text{ظاه} = \frac{2 \times \text{جاي}}{1 + 2 + 2 \times \cos 135^\circ} = \frac{2 \times \text{جاي}}{1 + 2 - \sqrt{2}} = \frac{2 \times \text{جاي}}{3 - \sqrt{2}} = 90^\circ$$

مثال : قوتان النسبة بين مقداريهما ١ : $\sqrt{2}$ وخط عمل محصلتيهما يميل على القوة الكبرى بزاوية ٤٥ ° أوجد قياس الزاوية بينهما ثم أوجد مقدار كلا منهما إذا علم أن مقدار محصلتهما $\sqrt{3}$

الحل

نفرض القوتان و $\sqrt{2}$ و المحصلة تميل بزاوية ٤٥ ° على القوة $\sqrt{2}$ و

$$\text{ظاه} = \frac{2 \times \text{جاي}}{1 + 2} = 1 \quad \text{ظاه} = 45^\circ = \frac{2 \times \text{جاي}}{1 + \sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \leftarrow \text{و جاي} = \sqrt{2} \text{ و } + \text{و جتاي} &\leftarrow \text{جاي} - \text{جتاي} = 2 \text{ بالتربيع} \\ \text{جاي}^2 + \text{جتاي}^2 - 2 \text{ جاي جتاي} = 2 &\leftarrow 1 - \text{جا}^2 = 2 \\ \leftarrow \text{جا}^2 = 1 - 2 = -1 &\therefore \text{جتاي} = \sqrt{2} \therefore \text{جاي} = \sqrt{2} \\ \text{القوة الصغرى} = \text{و} = \sqrt{2} \text{ ، القوة الكبرى} &= \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 \\ \text{ع} = \text{و}^2 + \text{و}^2 + 2 \text{ و} \text{و} &\text{جتاي} \\ (\sqrt{2})^2 = \text{و}^2 + 2 \text{ و} + 2 \text{ و} & \text{جتاي} = 2 \text{ و} \text{جتاي} = 2 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \times \text{و}^2 + 2 \text{ و} = 2 \times 9 & \\ 3 = \text{و}^2 - 2 \text{ و} = 18 & \therefore \sqrt{2} = \sqrt{18} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

مثال : قوتان إذا كانت الزاوية بينهما قائمة كان مقدار حاصلتهما يساوى $10\sqrt{2}$ نيوتن وإذا كانت الزاوية بينهما 60° كان مقدار حاصلتهما يساوى $13\sqrt{2}$ نيوتن فما هو مقدار كلا من القوتين

الحل

$$\begin{aligned} \therefore \text{ع} = \text{و}^2 + \text{و}^2 + 2 \text{ و} \text{و} &\text{جتاي} \\ \text{فى الحالة الاولى: } \text{و} = 90^\circ \text{ ، } \text{ع} = 10 &\therefore \text{و}^2 + \text{و}^2 = 10 \text{ --- (1)} \\ \text{فى الحالة الثانية } \text{و} = 60^\circ \text{ } \text{ع} = 13 & \\ 13 = \text{و}^2 + \text{و}^2 + 2 \text{ و} \text{و} &\text{جتاي} = 60^\circ \\ \therefore \text{و}^2 + \text{و}^2 = 3 \text{ --- (2)} & \\ \leftarrow (\text{و} + \text{و})^2 = \text{و}^2 + \text{و}^2 + 2 \text{ و} \text{و} = 3 + 10 = 13 & \\ \therefore \text{و} + \text{و} = \sqrt{13} \text{ ، } \text{و} - \text{و} = 1 & \text{من (2) } \text{و} - 4 = 3 \\ \text{و} = 1 \text{ ، } \text{و} = 3 & \text{ ، } \text{و} = 1 \end{aligned}$$

مثال : قوتان متعامدتان مقدار أحدهما $\frac{3}{4}$ مقدار الأخرى ومقدار حاصلتهما 20 نيوتن أوجد مقدار كلا منهما أوجد قياس الزاوية بينهما إذا أصبح مقدار المحصلة $13\sqrt{2}$ نيوتن

الحل

إعداد / عادل إدوار

نفرض أن القوتان U و $\frac{3}{4}U$ ، \therefore القوتان متعامدتان: $\therefore U^2 + U^2 = C^2$
 $U^2 + \frac{9}{16}U^2 = 400$ بالضرب $\times 16 \Rightarrow 16 \times 400 = 16 \times U^2 + 9U^2$
 $256 = U^2 + 9U^2 \Rightarrow 256 = 10U^2 \Rightarrow 25.6 = U^2 \Rightarrow U = 16$
 ويكون القوتان هما ١٦ ، ١٢

لايجاد C : $U^2 + U^2 + 2 + U^2 + U^2 = C^2$
 $16 \times 12 \times 2 + 144 + 256 = 13 \times 16$
 $384 = 208 - 192 = 384$ جتاى
 $\therefore U = (\Delta) = 120^\circ$ جتاى $\frac{1}{2}$

مثال : قوتان متلاقيتان فى نقطة مقدارهما U و $2U$ ومقدار محصلتهما C والزاوية بينهما 120° وإذا عكس اتجاه $2U$ فان مقدار المحصلة يساوى $\sqrt{3}C$ اثبت أن $U = 2U$ وأن المحصلة فى الحالة الثانية يكون اتجاهها عموديا على اتجاه المحصلة فى الحالة الاولى .

الحل

$U^2 + U^2 + 2 + U^2 + U^2 = C^2$ جتاى
 الحالة الاولى $U^2 + U^2 + 2 + U^2 + U^2 = C^2$ جتا 120°
 $U^2 + U^2 - 2 + U^2 + U^2 = C^2$ (١) جتا 60°

الحالة الثانية $U^2 + U^2 + 2 + U^2 + U^2 = C^2$ جتا 60°
 $3 \times (1) \quad (2) \quad U^2 + U^2 + 2 + U^2 + U^2 = 3C^2$ بضرب المعادلة (١) $\times 3$
 $3U^2 + 3U^2 - 2 + 3U^2 + 3U^2 = 3C^2$ (٣)
 $3U^2 + 3U^2 + 2 + U^2 + U^2 = 3C^2$ بطرح (٢) من (٣)
 $2 = 0$ بالقسمة $\div 2$

$0 = 2U^2 + U^2 - 2 + U^2 + U^2$ بالتحويل $0 = 2U^2 - 2 + U^2 + U^2$

$0 = 2U^2 - 2 + U^2 + U^2$ \therefore القوتان متساويتان فى الحالتين

\therefore المحصلة تنصف الزاوية بينهما فى الحالتين

الزاوية بين C و C ، $3 = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

مثال : قوتان مقدارهما ٢ ، و نيوتن والزاوية بينهما ١٢٠° أوجد قيمة و فى الحالات الاتية (١) المحصلة = و (٢) اتجاه المحصلة يميل بزاوية ٤٥° على القوة الثانية (٣) اتجاه المحصلة عمودى على القوة الثانية (٤) المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين

الحل

$$(١) \text{ المحصلة : } ع = و \quad \therefore ع^2 = و^2 + و^2 + ٢ \times و \times و \times \text{جتا } ١٢٠ \text{ جتا } ١٢٠$$

$$\Leftarrow و^2 = و^2 + و^2 + ٢ \times و \times و \times \text{جتا } ١٢٠ \Leftarrow ٤ = و^2 \therefore و = ٢$$

$$(٢) \text{ المحصلة عمودية على الثانية} \quad \therefore \text{ظا } ٩٠ = \frac{١٢٠ \text{ جا } ٢}{١٢٠ \text{ جتا } ٢ + و} \quad \therefore ١ = \frac{١٢٠ \text{ جا } ٢}{١٢٠ \text{ جتا } ٢ + و}$$

$$\Leftarrow و + ١٢٠ \text{ جتا } ١٢٠ = ١ - و \Leftarrow و = ١ - و \therefore و = ١$$

$$(٣) \text{ المحصلة تصنع } ٤٥^\circ \text{ مع القوة الثانية} \quad \therefore \text{ظا } ٤٥ = \frac{١٢٠ \text{ جا } ٢}{١٢٠ \text{ جتا } ٢ + و}$$

$$\Leftarrow \frac{\sqrt{٣}}{١-و} = ١ \Leftarrow و = ١ - \sqrt{٣} \therefore و = ١ + \sqrt{٣}$$

$$(٤) \text{ المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين}$$

$$\Leftarrow \text{القوتان متساويتان} \quad \therefore و = ٢ \text{ نيوتن}$$

تمارين على القوى

[١] اختر الاجابة الصحيحة من بين الاقواس :

(١) قوتان مقدارهما ٦ ، ٨ نيوتن و قياس الزاوية بينهما ٩٠° فإن مقدار محصلتهما

تساوى نيوتن [١٠ ، ٥ ، ٧ ، ١٢]

(٢) قوتان متساويتان و مقدار كل منهما ٥ نيوتن و مقدار محصلتهما ٥ نيوتن فإن قياس

الزاوية بينهما تساوى [٠° ، ٩٠° ، ١٢٠° ، ١٨٠°]

(٣) قوتان متساويتان فى المقدار و متعامدتان و محصلتهما ٨ نيوتن فإن مقدار كل قوة منهما

يساوى نيوتن [٤ ، ٨ ، ٢√٢ ، ٢√٤]

(٤) قوتان مقدارهما ٤ ، و نيوتن و قياس الزاوية بينهما ١٢٠° فإذا كانت محصلتهما عمودية

على القوة الأولى فإن و = نيوتن [٢ ، ٤ ، ٨ ، ٢√٤]

[٢] قوتان مقدارهما ١٥ ، ٨ ث كجم تؤثران فى نقطة مادية إذا كان مقدار محصلتهما ١٣ ث . كجم أوجد قياس الزاوية بين هاتين القوتين .

[٣] قوتان مقدارهما ١٢ ، ١٥ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية و ظل الزاوية بينهما يساوى $\frac{3}{4}$ أوجد مقدار و محصلتهما و قياس زاوية ميلها على القوة الأولى .

[٤] قوتان و ٢ ، ١ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية و تحصران بينهما زاوية ظلها = ١ - و مقدار محصلتهما = ٤ نيوتن أوجد : (أ) معيار و (ب) زاوية ميل المحصلة على القوة الأولى .

[٥] قوتان مقدارهما ٢ ، ١ نيوتن و الزاوية بينهما قياسها ١٢٠ ° أوجد قيمة و من الحالات

(١) مقدار المحصلة تساوى و [٢ نيوتن]

(٢) اتجاه المحصلة عمودى على القوة الثانية [١ نيوتن]

(٣) اتجاه المحصلة يميل بزاوية قياسها ٤٥ ° على القوة الثانية [$1 + \sqrt{3}$ نيوتن]

(٤) المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين [٢ نيوتن]

[٦] قوتان متلاقيتان فى نقطة مقدارهما و ١ ، ٢ و مقدار محصلتهما و الزاوية ١٢٠ °

و إذا عكس اتجاه و ٢ فإن مقدار المحصلة يساوى $\sqrt{3}$ أثبت أن $1 = 2$

و أن المحصلة فى الحالة الثانية يكون اتجاهها عمودية على اتجاه المحصلة فى الحالة الأولى

[٧] قوتان تؤثران فى نقطة مادية و ظل الزاوية بينهما يساوى $\frac{1}{\sqrt{3}}$ إذا علم أن محصلتهما

عمودية على الصغرى و أن مقدار القوة الكبرى يساوى ٣٠ نيوتن فما هو مقدار كل من القوة الأخرى و المحصلة .

[٨] أوجد مقدار كل من القوتين إذا كان:

(١) أكبر قيمة لمحصلتهما = ٢٠ نيوتن ، و أصغر قيمة لمحصلتهما = ٤ نيوتن

(٢) القوتان متعامدتان و أحدهما تساوى ثلاثة ارباع الأخرى و محصلتهما ٢٠ ث جم

[٩] قوتان النسبة بين مقدارهما ١ : $\sqrt{3}$ و خط عمل محصلتهما يميل على القوة الكبرى بزاوية

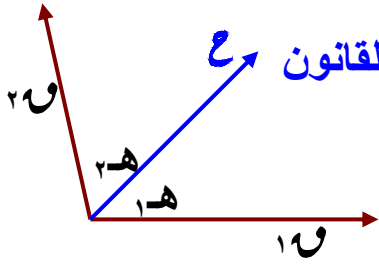
٤٥ ° أوجد قياس الزاوية بينهما ثم أوجد مقدار كلاهما إذا علم أن مقدار محصلتهما $\sqrt{3}$

[١٠] قوتان مقدارهما ١٠ ، ٢٠ ث جم تؤثران فى نقطة مادية خط عملهما على استقامة واحدة

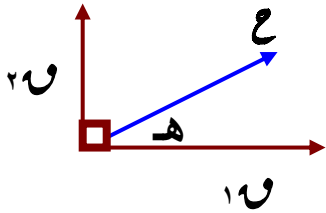
أوجد محصلهما إذا كانت : (١) القوتان لهما نفس الاتجاه (٢) القوتان متضادتان فى الاتجاه

تحليل قوة فى إتجاهين

لتحليل قوة C الى قوتين ١٧ ، ٢٧ فى إتجاهين مختلفين بالقانون



$$\frac{C}{\text{جا } ٥٥} = \frac{٢٧}{\text{جا } ٥٥} = \frac{١٧}{\text{جا } ٥٥}$$



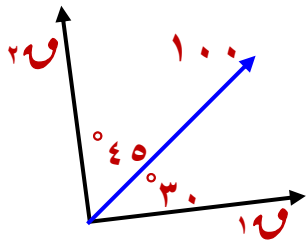
حالة خاصة

لتحليل قوة C فى إتجاهين متعامدين كما بالشكل

$$١٧ = C \cos ٥٥ \quad , \quad ٢٧ = C \sin ٥٥$$

مثال : حل قوة مقدارها ١٠٠ نيوتن فى إتجاهين يميل أولهما على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° والآخرى بزاوية قياسها ٤٥° فى الناحية الأخرى .

الحل

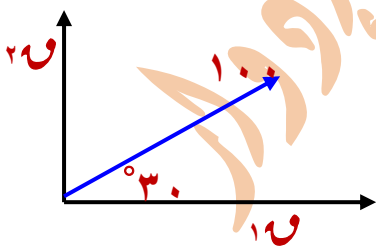


$$\frac{100}{\text{جا } ٤٥} = \frac{٢٧}{\text{جا } ٤٥} = \frac{١٧}{\text{جا } ٤٥}$$

$$\frac{100}{\text{جا } ٣٠} = \frac{٢٧}{\text{جا } ٣٠} = \frac{١٧}{\text{جا } ٣٠} \leftarrow$$

$$١٧ = \frac{١٠٠ \text{ جا } ٤٥}{٧٥} = ٧٣,٢ \text{ نيوتن} \quad , \quad ٢٧ = \frac{١٠٠ \text{ جا } ٣٠}{٧٥} = ٥١,٨ \text{ نيوتن}$$

مثال : حل القوة ١٠٠ نيوتن فى إتجاهين متعامدين أحدهما يصنع مع اتجاه القوة بزاوية قياسها ٣٠°



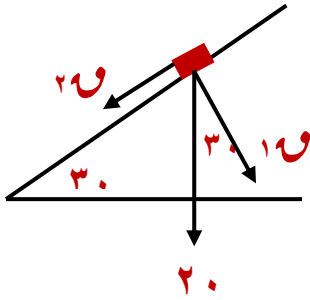
الحل

$$١٧ = ١٠٠ \cos ٣٠ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times ١٠٠ = ٨٦,٦ \text{ نيوتن}$$

$$٢٧ = ١٠٠ \sin ٣٠ = \frac{1}{2} \times ١٠٠ = ٥٠ \text{ نيوتن}$$

مذكرة الاستاتيكا (الرياضيات التطبيقية) الصف الثاني الثانوى [القسم العلمى] الترم الثانى ٢٠٢٠

مثال : جسم مقدار وزنه ٢٠ نيوتن موضوع على مستوى يميل على الافقى بزاوية قياسها ٣٠ أحسب مركبتي الوزن فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى والاتجاه العمودى عليه .

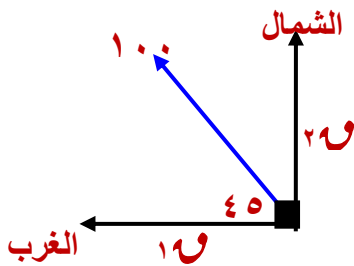


الحل

$$10 = 20 \cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 20 = 17.32 \text{ نيوتن}$$

$$17.32 = 20 \sin 30 = \frac{1}{2} \times 20 = 10 \text{ نيوتن}$$

مثال : قوة مقدارها ١٠٠ ث جم تعمل فى اتجاه الشمال الغربى . أحسب مركبتها فى اتجاهى الشمال والغرب .

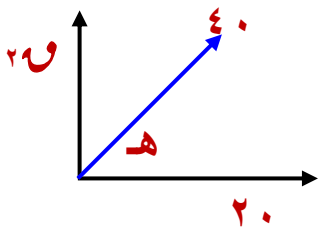


الحل

$$70.71 = 100 \cos 45 = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 100 = 70.71 \text{ ث جم}$$

$$70.71 = 100 \sin 45 = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 100 = 70.71 \text{ ث جم}$$

مثال : حلت قوة مقدارها ٤٠ ث كجم الى مركبتين متعامدتين أحدهما ٢٠ ث كجم فما مقدار المركبة الاخرى .



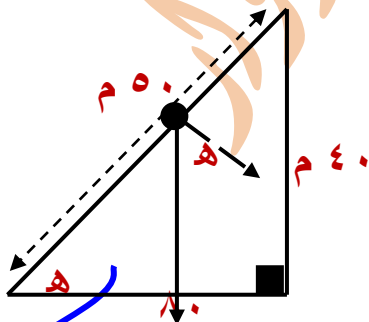
الحل

$$20 = 40 \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{20}{40} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

$$34.64 = 40 \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 40 = 34.64$$

مثال : مستوى مائل طوله ٥٠ م و ارتفاعه ٤٠ م وضع عليه جسم وزنه ٨٠ ث كجم أوجد مقدار مركبتي الوزن فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى و الاتجاه العمودى عليه .

الحل



المركبة فى اتجاه خط أكبر ميل = ٤٨ حاه

$$48 = \frac{4}{5} \times 80 = 48$$

المركبة فى الاتجاه العمودى = ٦٤ حاه

$$64 = \frac{3}{5} \times 80 = 64$$

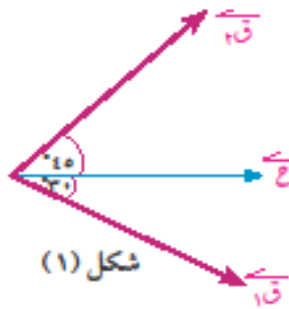
تمارين على تحليل قوة معلومة

[١] أكمل ما يأتى:

١) قوة مقدارها ٦ نيوتن تعمل فى اتجاه الشمال تم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين فإن مركبتها فى اتجاه الشرق تساوى _____ نيوتن.

٢) قوة مقدارها $3\sqrt{4}$ نيوتن تعمل فى اتجاه الشرق تم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين فإن مركبتها فى اتجاه الشمال الشرقى تساوى _____ نيوتن.

٣) فى شكل (١):



١) إذا حُلَّت القوة \vec{C} إلى مركبتين \vec{C}_1 ، \vec{C}_2 اللتين تصنعان معها زاويتين قياسيهما 45° ، 30° من جهتيها وكان $\|\vec{C}\| = 12$ نيوتن ، فإن: $C_1 =$ _____ نيوتن ، $C_2 =$ _____ نيوتن.

٤) فى شكل (٢):



١) إذا حُلَّت القوة \vec{C} إلى مركبتين \vec{C}_1 ، \vec{C}_2 اللتين تصنعان معها زاويتين قياسيهما 45° ، 60° من كلتا جهتيها وكان $\|\vec{C}\| = 18$ نيوتن ، فإن: $C_1 =$ _____ نيوتن ، $C_2 =$ _____ نيوتن.

[٢] حلل قوة مقدارها ١٢ ث كجم تؤثر فى اتجاه الشمال الشرقى الى مركبتين إحداهما تؤثر

نحو الشرق والاخرى نحو الشمال الغربى . أوجد مقدار هاتين المركبتين

[٣] حلل قوة مقدارها ٤٠ نيوتن فى اتجاهين متعامدين احدهما يميل على الافقى بزاوية 60°

الى أسفل .

[٤] جسم وزنه ٢٠ نيوتن موضوع على مستوى يميل على الافقى بزاوية قياسها 30° احسب

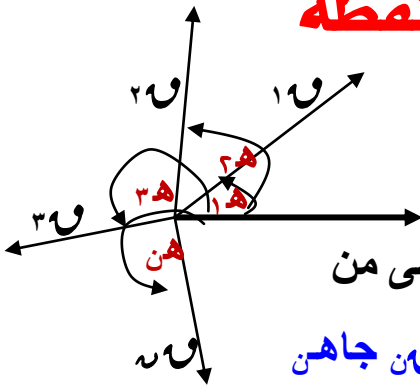
مركبتي الوزن (و) فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى و الاتجاه العمودى عليه

[٥] قوة مقدارها ١٠ تؤثر فى اتجاه 30° جنوب الشرق حلت الى مركبتين متعامدين احدهما

تؤثر نحو الشرق و مقدارها $3\sqrt{25}$ ث جم . أوجد C_1 و مقدار و اتجاه المركبة

الاخرى

محصلة عدة قوى متلاقية فى نقطة



إذا أثرت عدة قوى 1 و 2 و 3 و 4 و 5 و 6 و 7 و 8 و 9 و 10 و 11 و 12 و 13 و 14 و 15 و 16 و 17 و 18 و 19 و 20 و 21 و 22 و 23 و 24 و 25 و 26 و 27 و 28 و 29 و 30 و 31 و 32 و 33 و 34 و 35 و 36 و 37 و 38 و 39 و 40 و 41 و 42 و 43 و 44 و 45 و 46 و 47 و 48 و 49 و 50 فى جسم

وهذه القوى تصنع زوايا 1 هـ ، 2 هـ ، 3 هـ هـ فان

• مجموع مركبات هذه القوى فى اتجاه محور السينات تعطى من

القانون: $س = 1$ جتا 1 هـ + 2 جتا 2 هـ + + $ن$ جتا $ن$ هـ

• مجموع مركبات هذه القوى فى اتجاه محور الصادات تعطى من

القانون: $ص = 1$ جتا 1 هـ + 2 جتا 2 هـ + + $ن$ جتا $ن$ هـ

• وتكون محصلة هذه القوى

$$\vec{ع} = (\text{مجرور حتا هـ}) \vec{س} + (\text{مجرور حاهـ ر}) \vec{ص}$$

$$س = \vec{س} + \vec{ص} = (ع ، هـ)$$

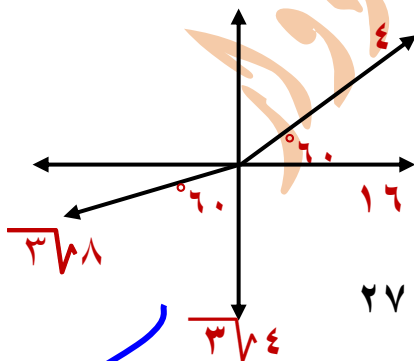
$$\text{أى أن: } ع^2 = س^2 + ص^2 ، ع = \sqrt{س^2 + ص^2}$$

$$\text{ظاه} = \frac{ص}{س} ، \text{حيث هـ} \in [0, 2\pi]$$

لاحظ: الفرق بين $س$ ، $\vec{س}$

$س =$ المجموع الجبرى لمركبات القوى فى الاتجاه الموجب لمحور السينات
 $\vec{س} =$ هو متجه وحدة فى الاتجاه الموجب لمحور السينات و كذلك $ص$ ، $\vec{ص}$

مثال : أثرت قوى مقاديرها 16 ، 4 ، $3\sqrt{8}$ ، $3\sqrt{4}$ نيوتن فى نقطة مادية فى اتجاهات الشرق ، 60° شمال الشرق ، 60° غرب الجنوب ، الجنوب على الترتيب أوجد محصلة هذه القوى



الحل

القوة	16	4	$3\sqrt{8}$	$3\sqrt{4}$
الزاوية	0	60	210	270

$$س = 16 \text{ جتا } 0 + 4 \text{ جتا } 60 + 3\sqrt{8} \text{ جتا } 210 + 3\sqrt{4} \text{ جتا } 270$$

منثرى ثوجبه الرياضيات

(٢٢)

إعداد / عادل إدوار

$$\sqrt{3} \times 4 + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 + \frac{1}{2} \times 4 + 1 \times 16 =$$

$$س \quad 6 = 0 + 12 - 2 + 16 =$$

$$ص \quad 27.0 \text{ جا } \sqrt{3} \times 4 + 21.0 \text{ جا } \sqrt{3} \times 8 + 6.0 \text{ جا } 4 + 0 \text{ جا } 16 =$$

$$1.0 \times \sqrt{3} \times 4 + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 8 + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 + 0 \times 16 =$$

$$\sqrt{3} \times 6 = \sqrt{3} \times 4 - \sqrt{3} \times 4 - \sqrt{3} \times 2 + 0 =$$

$$\vec{C} = (-\sqrt{3}, 6)$$

$$12 \text{ نيوتن} = \sqrt{144} = \sqrt{108 + 36} = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (6)^2} = C$$

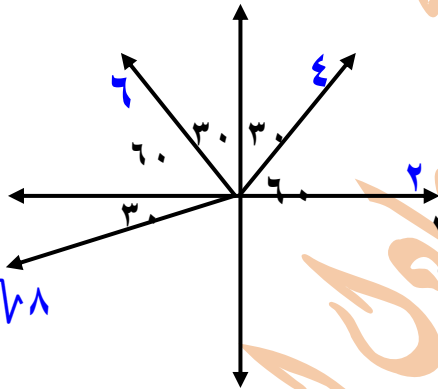
$$\text{ظاهر} = \frac{\sqrt{36}}{6} = \sqrt{3} = \text{ق (هـ)} = 30.0^\circ$$

المحصلة تساوى ١٢ نيوتن وتصنع ٣٠.٠ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

مثال : تؤثر القوى التى مقاديرها ٢ ، ٤ ، ٦ ، $\sqrt{3} \times 8$ نيوتن فى نقطة مادية وكان قياس الزاوية بين الاولى والثانية ٦٠° وبين الثانية والثالثة ٦٠° وبين الثالثة والرابعة ٩٠° أوجد مقدار المحصلة وقياس الزاوية التى تصنعها مع القوة الاولى

الحل

القوة	٢	٤	٦	$\sqrt{3} \times 8$
الزاوية	٠	٦٠	١٢٠	٢١٠



$$س \quad 2 \text{ جتا } 0 + 4 \text{ جتا } 60 + 6 \text{ جتا } 120 + \sqrt{3} \times 8 \text{ جتا } 210 =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} \times 8 + \frac{1}{2} \times 6 + \frac{1}{2} \times 4 + 1 \times 2 =$$

$$11 = 12 - 3 - 2 + 2 =$$

$$ص \quad 2 \text{ جا } 0 + 4 \text{ جا } 60 + 6 \text{ جا } 120 + 0 \text{ جا } 210 =$$

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 8 + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 + 0 \times 2 =$$

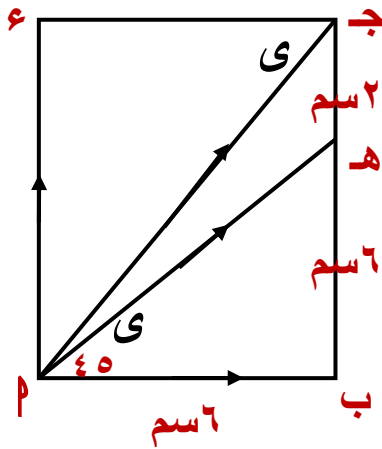
$$\sqrt{3} = \sqrt{3} \times 4 - \sqrt{3} \times 3 + \sqrt{3} \times 2 =$$

$$\vec{C} = (\sqrt{3}, 11)$$

$$171.3 = \text{ق (هـ)} \quad \text{ظاهر} = \frac{\sqrt{3}}{11} \quad 12.47 = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (11)^2} = C$$

مذكرة الاستاتيكا (الرياضيات التطبيقية) الصف الثاني الثانوى [القسم العلمى] الترم الثانى ٢٠٢٠

مثال : \vec{p} ب ج \vec{e} مستطيل فيه \vec{p} ب = \vec{e} سم، ب ج = \vec{e} سم أخذت نقطة هـ ب ج \vec{p} بحيث ب هـ = \vec{e} سم أثرت قوى مقاديرها ١ ، ١٠ ، $2\sqrt{5}$ ، ٣ ث جم فى \vec{p} ، \vec{h} ، \vec{p} ، \vec{e} على الترتيب أوجد مقدار محصلة هذه القوى



الحل

القوة	٣	$2\sqrt{5}$	١٠	١
الزاوية	٠	٤٥	٣٠	٩٠

$$س = ٣ \text{ جتا } ٠ + 2\sqrt{5} \text{ جتا } ٤٥ + ١٠ \text{ جتا } ٣٠ + ١ \text{ جتا } ٩٠$$

$$= ٠ \times ١ + \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} + ١ \times ٣ =$$

$$١٤ = ٦ + ٥ + ٣ =$$

$$ص = ٣ \text{ جا } ٠ + 2\sqrt{5} \text{ جا } ٤٥ + ١٠ \text{ جا } ٣٠ + ١ \text{ جا } ٩٠$$

$$= ١ \times ١ + \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} + ٠ \times ٣ =$$

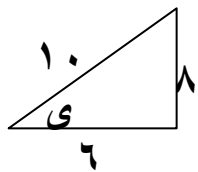
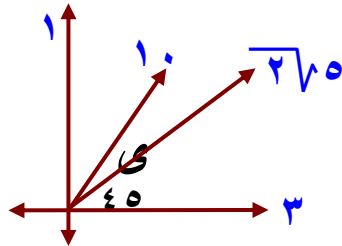
$$١٤ = ١ + ٨ + ٥ + ٠ =$$

$$\vec{c} = (١٤, ١٤)$$

$$c = \sqrt{(١٤)^2 + (١٤)^2} = \sqrt{196 + 196} = \sqrt{392} = 2\sqrt{98} = 2\sqrt{49 \times 2} = 2 \times 7\sqrt{2} = 14\sqrt{2}$$

$$هـ = ٤٥^\circ$$

$$\text{ظاهر} = \frac{ص}{س} = \frac{١٤}{١٤} = ١$$



مثال : أثرت قوى مقاديرها ق ، $3\sqrt{4}$ ، $3\sqrt{12}$ ، ٣٦ ث جم فى نقطة مادية وكانت الثلاث قوى الاخيرة فى اتجاهات الشمال ، 60° غرب الشمال ، 60° جنوب الشرق على الترتيب فإذا كانت محصلة هذه القوى = \vec{h} ث جم فى اتجاه الشرق فعين و

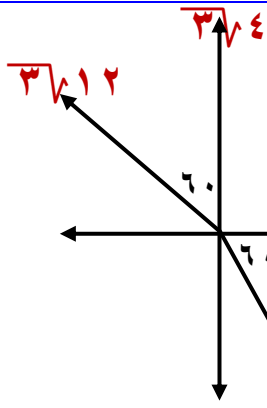
الحل

القوة	و	$3\sqrt{4}$	$3\sqrt{12}$	٣٦
الزاوية	هـ	٩٠	١٥٠	٣٠٠

مئذكى ثوجبه الرياضيات

(٢٤)

إعداد / عادل إدوار



$$ع = ٨ \text{ ث جم فى اتجاه الشرق } = ع (٠, ٨)$$

$$٨ = و جتاه + sqrt(3)*4 جتا ٩٠ + sqrt(3)*12 جتا ٣٠ + ٣٦ جتا ٣٠$$

$$٨ = و جتاه + ٠ * sqrt(3)*4 + \frac{1}{2} * sqrt(3)*12 + \frac{sqrt(3)}{2} * ٣٦$$

$$٨ = و جتاه + ٠ + ١٨ + ١٨ \Rightarrow و جتاه = ٨ \text{ (١)}$$

$$٠ = و جاه + sqrt(3)*4 جا ٩٠ + sqrt(3)*12 جا ٣٠ + ٣٦ جا ٣٠$$

$$٠ = و جاه + ٠ * sqrt(3)*4 + \frac{1}{2} * sqrt(3)*12 + \frac{sqrt(3)}{2} * ٣٦$$

$$٠ = و جاه + sqrt(3)*4 - sqrt(3)*6 + sqrt(3)*18$$

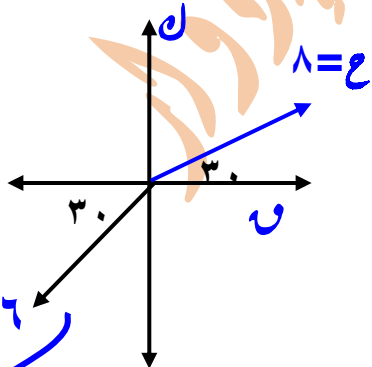
$$٠ = و جاه - sqrt(3)*٨ \Rightarrow و جاه = sqrt(3)*٨ \text{ (٢)}$$

$$\frac{sqrt(3)*٨}{٨} = \frac{و جاه}{و جتاه} \text{ بقسمة ٢ على ١}$$

$$sqrt(3) = ظاه \text{ و } (٦٠ \angle ه) \therefore$$

$$و جتا ٦٠ = ٨ \therefore و = \frac{٨}{\frac{1}{2}} \therefore و = ١٦$$

مثال : أثرت قوى مقاديرها و ، ل ، ك ، ٦ نيوتن فى نقطة مادية فى اتجاهات الشرق ، الشمال ، ٣٠ ° جنوب الغرب على الترتيب فإذا كانت محصلة القوى = ٨ وتعمل فى اتجاه ٣٠ ° شمال الشرق عين قيمة و ، ل



الحل

القوة	و	ل	٦
الزاوية	٠	٩٠	٢١٠

$$ع = (٨ جتا ٣٠, ٨ جا ٣٠) = (٤, sqrt(3)*٤)$$

$$\text{السينى} = \text{س} = \sqrt{3} = \text{و} \text{ جتا } ٠ + \text{ك جتا } ٩٠ + \text{ب جتا } ٢١٠$$

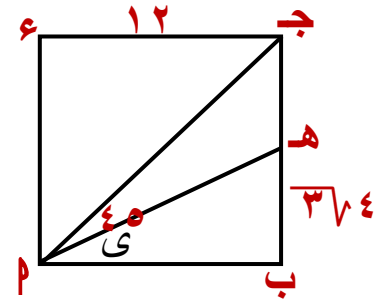
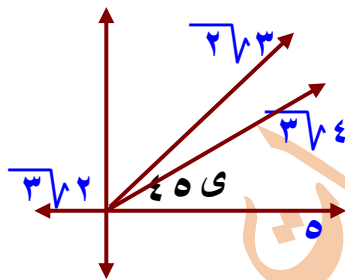
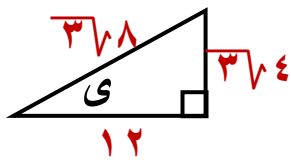
$$\sqrt{3} = \text{و} + \text{ك} + \text{ب} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times ٦ + ٠ \times ٩ + ٠ \times ٢١ \therefore \sqrt{3} = \text{و} + \text{ك} + \text{ب}$$

$$\text{الصادى} = \text{ص} = ٤ = \text{ق جتا } ٠ + \text{ك جتا } ٩٠ + \text{ب جتا } ٢١٠$$

$$٤ = \text{ق} + ٠ + \text{ب} = \frac{1}{2} \times ٦ + ١ \times ٩ + ٠ \times ٢١ \therefore ٧ = \text{ق} + \text{ب}$$

مثال : م ب ج ٤ مربع طول ضلعه ١٢ سم ، هـ د ب ج حيث ب هـ = $\sqrt{3}$ سم أثرت قوى مقاديرها ٥ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ نيوتن فى نقطة مادية فى الاتجاهات ب \leftarrow م ، م \leftarrow هـ ، م \leftarrow ج ، م \leftarrow د على الترتيب أوجد مقدار وأتجاه محصلة هذه القوى

الحل



القوة	$\sqrt{2}$	٥	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
الزاوية	٢٧٠	١٨٠	٤٥	٤٥

$$\text{س} = \sqrt{2} \text{ جتا } ٢٧٠ + ٥ \text{ جتا } ١٨٠ + \sqrt{3} \text{ جتا } ٤٥ + \sqrt{3} \text{ جتا } ٤٥$$

$$\text{س} = \sqrt{2} \times ٠ + ٥ \times (-١) + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = -٥ + ٣ + ٣ = ١$$

$$\text{ص} = \sqrt{2} \text{ جتا } ٢٧٠ + ٥ \text{ جتا } ١٨٠ + \sqrt{3} \text{ جتا } ٤٥ + \sqrt{3} \text{ جتا } ٤٥$$

$$\text{ص} = \sqrt{2} \times ٠ + ٥ \times (-١) + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} = -٥ + ٣ = -٢$$

$$\text{ع} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} = ٢,٢٣٦ \therefore \text{ع} = (١, -٢)$$

$$\text{و} = \frac{1}{\sqrt{5}} = ٠,٤٤٧ \therefore \text{و} = (٠,٤٤٧)$$

المحصلة = ٥ نيوتن وخط عملها يصنع زاوية قياسها ٥٢° مع م ب

إعداد / عادل إدوار

مثال : جسم متزن تحت تأثير ثلاث قوى مستوية مقاديرها ٥ ، ١٠ ، ٥ ، أثم جم على الترتيب أوجد قياس الزاوية بين القوتين الثانية والثالثة

الحل

نعتبر القوة ٥ هي محصلة القوتين ١٠ ، ٥

$$ع^2 = ١٠^2 + ٥^2 + ٥^2 = ١٥٠ \text{ جتا}$$

$$٢٥ = ١٠ + ٥ + ٥ \text{ جتا}$$

$$٢٥ = ١٠٠ + ٧٥ + ١٠٠ \text{ جتا}$$

$$٢٥ = ١٠٠ - ١٠٠ - ٧٥ \text{ جتا}$$

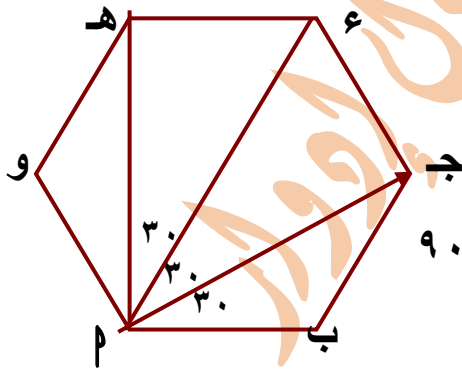
$$١٥٠ = ١٠٠ \text{ جتا}$$

$$\frac{٣\sqrt{٢}}{٢} = \frac{٣\sqrt{١٥٠}}{٣٠٠} = \frac{٣\sqrt{٢}}{٣\sqrt{٢}} \times \frac{١٥٠}{٣\sqrt{١٠٠}}$$

$$\therefore ١٥٠ = ٣٠ - ١٨٠ = (٤٠) \text{ و}$$

مثال : اب ج د ه و شكل سداسى منتظم أثرت قوى مقاديرها ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٦ نيوتن فى الاتجاهات اب ، ب ج ، ج د ، د ه ، ه و على الترتيب عين المحصلة تعيينا تاما .

الحل



القوة	٦	٦	٦	٦
الزاوية	٠	٣٠	٦٠	٩٠

$$س = ٦ \text{ جتا} ٠ + ٦ \text{ جتا} ٣٠ + ٦ \text{ جتا} ٦٠ + ٦ \text{ جتا} ٩٠$$

$$٠ \times ٦ + \frac{١}{٢} \times ٦ + \frac{٣\sqrt{٢}}{٢} \times ٦ + ١ \times ٦ =$$

$$١٢ = ٠ + ٣ + ٩ + ٦ =$$

$$ص = ٦ جا ٠ + ٣ جا ٣٠ + ٦ جا ٦٠ + ٣ جا ٩٠$$

$$= ٠ \times ٦ + \frac{1}{2} \times ٣\sqrt{٦} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times ٦ + \frac{1}{2} \times ٣\sqrt{٦} + ٠ \times ٦ =$$

$$= ٣\sqrt{٦} = ٣\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٦} + ٠ =$$

$$\therefore \vec{ع} = (٣\sqrt{٦}, ١٢)$$

$$ع = \sqrt{(٣\sqrt{٦})^2 + (١٢)^2} = \sqrt{٢٥٢} = \sqrt{١٠٨ + ١٤٤} = \sqrt{٢٥٢}$$

$$\text{ظاهر} = \frac{ص}{س} = \frac{٣\sqrt{٦}}{١٢} = \frac{\sqrt{٦}}{٤} \text{ و } (\Delta ه) = ٥٠^\circ$$

مثال : إذا كانت $\vec{و}_١ = ٨\vec{س}_١ + ٦\vec{ص}_١$ ، $\vec{و}_٢ = ٢\vec{ص}_١$ ، $\vec{و}_٣ = ١٠\vec{س}_١ + ٢٤\vec{ص}_١$ ، $\vec{و}_٤ = ٦\vec{س}_١$ ، $\vec{و}_٥ = ١٥\vec{س}_١ - ٨\vec{ص}_١$ تؤثر فى نقطة مادية أوجد محصلة هذه القوى مقداراً واتجهاً

الحل

$$\vec{ع} = \vec{و}_١ + \vec{و}_٢ + \vec{و}_٣ + \vec{و}_٤ + \vec{و}_٥$$

$$= ٨\vec{س}_١ + ٦\vec{ص}_١ + ٢\vec{ص}_١ + ١٠\vec{س}_١ + ٢٤\vec{ص}_١ + ٦\vec{س}_١ - ٨\vec{ص}_١ =$$

$$\therefore \vec{ع} = ٢٤\vec{س}_١ + ٧\vec{ص}_١$$

$$\therefore \|\vec{ع}\| = \sqrt{(٢٤)^2 + (٧)^2} = \sqrt{٥٧٦ + ٤٩} = \sqrt{٦٢٥} = ٢٥$$

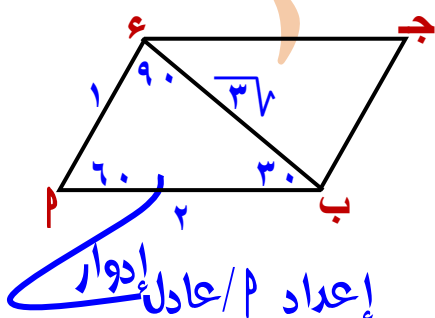
مثال : م ب ج د متوازي أضلاع فيه $\angle م ب د = ٩٠^\circ$ ، $\vec{م ب} = ٢$ ، $\vec{م ج} = ٣\sqrt{١٥}$ نيوتن فى $\vec{م ج}$ ، $\vec{م ب}$ ، $\vec{م د}$ أثرت القوى التى مقاديرها ٣ ، ١٢ ، $٣\sqrt{١٥}$ نيوتن فى $\vec{م ج}$ ، $\vec{م ب}$ ، $\vec{م د}$ أوجد مقدار واتجاه المحصلة

الحل

القوة	٣	١٢	$٣\sqrt{١٥}$
الزاوية	٠	٦٠	١٥٠

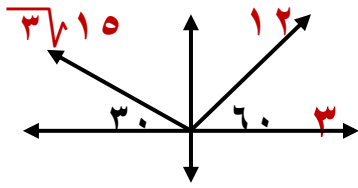
(٢٨)

منتدى توجيه الرياضيات



إعداد / عادل إدوار

$$س = ٣ جتا ٠ + ١٢ جتا ٦٠ + ١٥ جتا ١٥٠$$



$$\frac{٣\sqrt{-}}{٢} \times ٣\sqrt{١٥} + \frac{١}{٢} \times ١٢ + (١)٣ =$$

$$١٣,٥ - = ٢٢,٥ - ٦ + ٣ =$$

$$ص = ٣ جا ٠ + ١٢ جا ٦٠ + ١٥ جا ١٥٠$$

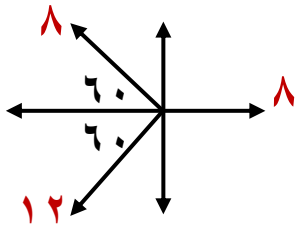
$$\sqrt{١٣,٥} = \sqrt{٧,٥} + \sqrt{٦} + ٠ = \frac{١}{٢} \times \sqrt{١٥} + \frac{\sqrt{١}}{٢} \times ١٢ + (٠)٣ =$$

$$\therefore \vec{ع} = (-, ١٣,٥) = \sqrt{١٣,٥}$$

$$\vec{ع} = \sqrt{(-, ١٣,٥) + (١٣,٥)} = \sqrt{٢} \times ١٣,٥ \text{ نيوتن}$$

$$\text{ظاهر} = \frac{\sqrt{١٣,٥}}{١٣,٥} = \sqrt{-} \therefore \text{و } (\Delta ه) = ١٨٠ - ٦٠ = ١٢٠^\circ$$

مثال : ثلاث قوى مقاديرها ٨ ، ٨ ، ١٢ نيوتن تؤثر فى نقطة مادية فى إتجاهات موازية لاضلاع مثلث متساوى الاضلاع مأخوذة فى ترتيب دوى واحد أوجد مقدار المحصلة واتجاهها



الحل

القوة	٨	٨	١٢
الزاوية	٠	١٢٠	٢٤٠

$$س = ٨ + ٨ \times \frac{١}{٢} + ١٢ \times \frac{١}{٢} = ٨ + ٤ + ٦ = ٢$$

$$ص = ٨ + ٨ \times \frac{\sqrt{١}}{٢} + ١٢ \times \frac{\sqrt{١}}{٢} = ٨ + ٤\sqrt{١} + ٦\sqrt{١} = ٢ + ١٠\sqrt{١}$$

$$\vec{ع} = (-, ٢) = \sqrt{٢} \therefore \vec{ع} = \sqrt{٢} = \sqrt{٢ + ٤} = \sqrt{٦} = ٢,٤٥$$

تمارين على محصلة عدة قوى

[١] إذا كانت $\vec{v}_1 = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ ، $\vec{v}_2 = 2\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$ ،
 $\vec{v}_3 = 14\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ ثلاث قوى مستوية و متلاقية فى نقطة و كانت المحصلة
 $\vec{c} = (10\sqrt{2}, 135^\circ)$ أوجد قيمة μ ، ب

[٢] أثرت القوى التى مقاديرها ٧ ، ٤ ، ٨ ، ٦ ، $9\sqrt{3}$ ث جم فى نقطة مادية
 الاولى فى اتجاه الشرق ، الثانية فى اتجاه 30° شمال الشرق ، الثالثة 60° شمال
 الغرب ، الرابعة 30° غرب الجنوب ، الخامسة فى اتجاه الجنوب أوجد المحصلة .

[٣] أثرت القوى المستوية التى مقاديرها ٣ ، ٦ ، $9\sqrt{3}$ ، ١٢ ث كجم فى نقطة مادية
 و كان قياس الزاوية بين الأولى و الثانية 60° و بين الثانية و الثالثة 90° و بين
 الثالثة و الرابعة 150° أوجد مقدار و اتجاه محصلة القوى الاربعة .

[٤] ب ج مثلث متساوى الأضلاع ، م نقطة تلاقى متوسطاته أثرت القوى التى مقاديرها
 ٦ ، ٨ ، ١٠ نيوتن فى نقطة مادية فى الاتجاهات م ج ، م ب ، م ا
 أوجد مقدار و اتجاه محصلة هذه القوى .

[٥] ب ج د ه و مسدس منتظم تؤثر القوى ٢ ، $4\sqrt{3}$ ، ٨ ، $2\sqrt{3}$ ، ٤ ث كجم فى
 نقطة مادية فى الاتجاهات ب ، ج ، د ، ه ، ا و على الترتيب أوجد محصلة
 هذه القوى

[٦] ب ج د ه و مسدس منتظم ، م هى نقطة تقاطع أقطاره تؤثر القوى ٤ ، ١ ، ٤ ،
 ٥ ، ٢ ، ٣ ث جم فى نقطة مادية فى الاتجاهات م ا ، م ب ، م ج ، م د ، م ه ، م و
 أوجد مقدار محصلة هذه القوى و أثبت أنها تؤثر فى اتجاه م د

[٧] ب ج د مستطيل فيه ب ا = ٤ سم ، ب ج = ٣ سم أثرت القوى ٢ ، ٥ ، ٣ ث كجم
 فى نقطة مادية فى الاتجاهات ب ، ج ، د ، ه على الترتيب .
 أوجد مقدار محصلة هذه القوى و قياس زاوية ميلها على ب ا